Concursul Național de Fizică „Evrika”
ediția a XXVII-a, 31 martie-3 aprilie 2017

Barem – Clasa a XII-a

Problema I (10 puncte)

Momentul producerii unui cutremur în focarul acestuia

Barem	**Parțial**	**Punctaj**
Problema 1. ***Momentul producerii unui cutremur în focarul acestuia***		**10**
a.		**5**
$t = 16^{h}17^{min}9^{s},7.$		
b.		**2**
$t_{s1} = t_{p1} + (\sqrt{3} - 1)(t_{p1} - t) = 16^{h}17^{min}32^{s},19;$ $t_{s2} = t_{p2} + (\sqrt{3} - 1)(t_{p2} - t) = 16^{h}17^{min}36^{s},68.$		
c.		**2**
$\frac{FS_2}{FS_1} = \frac{t_{s2} - t}{t_{s1} - t} = 1{,}199.$		
Oficiu		**1**
Total general		**10**

Clasa a XII-a

Barem	**Parțial**	**Punctaj**
Problema 2. ***Particulă în mișcare …***		**10**
Sarcina de lucru nr. 1		**6**
1.a. Asupra unei particule acționează o forță $\vec{F} = q\cdot\vec{E}$ care îi imprimă o accelerație $\vec{a} = \frac{q\cdot\vec{E}}{m}$ orientată în sens invers axei Oz. Considerăm o particulă care pătrunde în câmp în planul Oyz sub un unghi α față de axa Oy. Componentele vitezei la intrarea în câmp sunt $v_{0z} = v_0\cdot\sin\alpha$, respectiv $v_{0y} = v_0\cdot\cos\alpha$. Legile vitezelor vor fi $v_z = v_{0z} - a\cdot t$ și $v_y = v_{0y}$, iar legile de mișcare: $z = v_{0z}\cdot t - \frac{1}{2}a\cdot t^2$ și $y = v_{0y}\cdot t$. (1) Particula se va deplasa pe o traiectorie parabolică lovind ecranul și producând o scintilație în punctul corespunzător coordonatei $z = 0$. Distanța față de origine la care are loc evenimentul este $y = \frac{m\cdot v_0^2}{q\cdot E}\cdot\sin 2\alpha$ (bătaia). Această distanță este maximă atunci când unghiul $\alpha = 45°$. Procesul se petrece identic după fiecare direcție, deci pe ecran se obține o pată circulară cu raza $R = \frac{m\cdot v_0^2}{q\cdot E}$.	2,00	
1.b. Eliminând timpul din ecuațiile (1) se obține: $z = (tg\alpha)\cdot y - \frac{q\cdot E}{2m\cdot v_0^2\cdot\cos^2\alpha}\cdot y^2$. (2)	2,00	
1.c. Calculăm unghiul sub care trebuie să fie lansată o particulă pentru ca aceasta să treacă prin punctul de coordonate $(y,\ z)$. Folosind relația $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2\alpha}}$ ecuația (2) devine: $\frac{a\cdot y^2}{2v_0^2}\cdot tg^2\alpha - y\cdot tg\alpha + \frac{a\cdot y^2}{2v_0^2} + z = 0$ unde $a = \frac{q\cdot E}{m}$. Această ecuație are soluții reale numai dacă $\Delta = y^2\cdot\left[1 - 2\frac{a}{v_0^2}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{a}{v_0^2}\cdot y^2 + z\right)\right] \geq 0$. Pentru cazul $\Delta \geq 0$ ecuația are două soluții reale, deci există două valori ale unghiului α pentru care particula va trece prin punctul de coordonate $(y,\ z)$. În cazul $\Delta < 0$ nu există nici o soluție reală, deci particula nu poate ajunge în punctul respectiv. Cele două cazuri sunt separate de $\Delta = 0$. În acest caz se obține ecuația curbei care separă regiunea din plan în care particula poate ajunge de cea în care nu poate ajunge: $z = -\frac{a}{2v_0^2}\cdot y^2 + \frac{v_0^2}{2a}$ (parabola de siguranță) (3)	2,00	

Aceste rezultate sunt valabile indiferent de planul în care este lansată particula. Regiunea din spațiu în care probabilitatea de a detecta particula este nenulă este cuprinsă între o suprafață obținută prin rotirea parabolei date de ecuația (3) în jurul axei Oz (paraboloid de rotație) și ecran.		
Sarcina de lucru nr. 2		**3**
2.a. Din ecuația (2) a traiectoriei $z = tg\alpha \cdot y - \dfrac{qE}{2mv_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot y^2$ se găsesc coordonatele (y^*, z^*) ale vârfurilor: $y^* = A \cdot \sin 2\alpha$ $z^* = A \cdot \sin^2 \alpha$ unde $A = \dfrac{m \cdot v_0^2}{2q \cdot E}$. (4) Eliminând unghiul α din cele două relații obținem: $\dfrac{\left(z^* - \dfrac{A}{2}\right)^2}{\left(\dfrac{A}{2}\right)^2} + \dfrac{\left(y^*\right)^2}{A^2} = 1$ (5) Relația (5) este ecuația unei elipse cu semiaxa mare $a = A$ și semiaxa mică $b = \dfrac{A}{2}$. Elipsa are centrul în punctul de coordonate $\left(0,\ \dfrac{A}{2}\right)$.	2,00	
2b. Distanța dintre focare este $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \dfrac{A\sqrt{3}}{2}$, deci excentricitatea este: $e = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. (6) Observație: *Rezultatul dat de relația (6) este surprinzător deoarece excentricitatea este o constantă !*	1,00	
Oficiu		**1**
Total general		**10**

Clasa a XII-a

Barem	**Parțial**	**Punctaj**
Problema 3. ***Undă sau particulă?!***		**10**
Sarcina de lucru nr. 1		**3**
1.a. Pentru lungimea de undă λ_1 maximul de ordinul k_1 se află față de maximul central la distanța: $x_{k_1} = \frac{k_1 \cdot \lambda_1 \cdot d}{s}$ Pentru lungimea de undă λ_2 maximul de ordinul k_2 se află față de maximul central la distanța: $x_{k_2} = \frac{k_2 \cdot \lambda_2 \cdot d}{s}$ Franjele luminoase coincid dacă: $x_{k_1} = x_{k_2}$ Deci: $k_1 \cdot \lambda_1 = k_2 \cdot \lambda_2$ Rezultă: • $k_1 = k_2 = 0$ (maxim central); • $k_1 = \pm 2$; $k_2 = \pm 3$; $\frac{2\lambda_1 \cdot d}{s} = \frac{3\lambda_2 \cdot d}{s} = \pm 1,44$ mm (prima suprapunere a franjelor luminoase); • $k_1 = \pm 4$; $k_2 = \pm 6$; $\frac{4\lambda_1 \cdot d}{s} = \frac{6\lambda_2 \cdot d}{s} = \pm 2,88$ mm (a doua suprapunere a franjelor luminoase).	1,50	
1.b. Pentru radiația cu lungimea de undă λ_1: $\left\lvert x_{k_1} \right\rvert = \left\lvert \frac{k_1 \cdot \lambda_1 \cdot d}{s} \right\rvert \le \frac{\ell}{2}$ Obținem pozițiile franjelor luminoase: $x_{1_0} = 0$; $x_{1_1} = \pm 0,72$ mm; $x_{1_2} = \pm 1,44$ mm; $x_{1_3} = \pm 2,14$ mm; $x_{1_4} = \pm 2,88$ mm Pentru radiația cu lungimea de undă λ_2: $\left\lvert x_{k_2} \right\rvert = \left\lvert \frac{k_2 \cdot \lambda_2 \cdot d}{s} \right\rvert \le \frac{\ell}{2}$ Obținem mulțimea pozițiilor franjelor luminoase: $x_{2_0} = 0$; $x_{2_1} = \pm 0,48$ mm; $x_{2_2} = \pm 0,96$ mm; $x_{2_3} = \pm 1,44$ mm; $x_{2_4} = \pm 1,92$ mm; $x_{2_5} = \pm 2,4$ mm; $x_{2_6} = \pm 2,88$ mm Numărul maxim de franje luminoase distincte ce pot fi observate pe ecran este: $N_{\max} = N_{\text{total}} - N_{\text{suprapuse}} = 22 - 5 = 17$	1,50	

Sarcina de lucru nr. 2		3
2.a. Lucrul mecanic de extracție este: $L_0 = \frac{h \cdot c}{\lambda_0}$ Deci: $\lambda_0 = \frac{h \cdot c}{L_0} \cong 5,4 \cdot 10^{-7}\ \text{m}$ Observăm că: • $\lambda_1 > \lambda_0$, deci **nu se produce** efect fotoelectric; • $\lambda_2 < \lambda_0$, deci se poate produce efect fotoelectric dacă în punctul respectiv de pe ecran avem maxim de interferență. Pentru fanta situată la distanța $x = 0,72\ \text{mm}$, diferența de drum este: $\delta = \frac{s \cdot x}{d} = 0,6 \cdot 10^{-6}\ \text{m} = \frac{3}{2} \cdot \lambda_2$ (minim de interferență), deci **nu se produce** efect fotoelectric extern. Pentru fanta situată la distanța $x' = 1,44\ \text{mm}$, diferența de drum este: $\delta' = \frac{s \cdot x'}{d} = 1,2 \cdot 10^{-6} = 3\ \lambda_2$ (avem maxim de ordin 3), deci **se produce** efect fotoelectric extern.	1,00	
2b. Energia cinetică a electronilor emiși de catod este: $E_c = \frac{h \cdot c}{\lambda_2} - L_0 \cong 12,89 \cdot 10^{-20}\ \text{J}$	1,00	
2.c. Aplicăm teorema de variație a energie cinetice: $e \cdot U = E'_c - E_c$ Deci: $U = \frac{E'_c - E_c}{e}$ Lungimea de undă de Broglie este: $\lambda_B = \frac{h}{p} = \frac{h}{\frac{m_0 \cdot \text{v}}{\sqrt{1 - \frac{\text{v}^2}{\text{c}^2}}}}$ Lungimea de undă Compton este: $\lambda_C = \frac{h}{m_0 \cdot \text{c}}$ Din: $\lambda_B = \lambda_C$ Obținem: $\sqrt{1 - \frac{\text{v}^2}{\text{c}^2}} = \frac{\text{v}}{\text{c}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ Obținem:	1,00	

$$E'_c = m \cdot c^2 - m_0 \cdot c^2 = m_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{c}^2}}} - 1 \right)$$ Deci: $$E'_c = m_0 \cdot c^2 \cdot \left(\sqrt{2} - 1\right) \cong 33{,}92 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{J}$$ (Se observă că: $E_c \ll E'_c$.) Rezultă: $$U \cong 212\ \mathrm{kV}.$$		
Sarcina de lucru nr. 3		**3**
3.a. Energia pierdută de electron se regăsește în cuanta de energie electromagnetică emisă prin frânarea electronului în câmpul nucleului. Lungimea de undă minimă $\lambda_{\min}$ a radiației emise corespunde frânării electronului până la oprire. Din legea de conservare a energiei: $$\left|0 - E_c\right| = \frac{h \cdot c}{\lambda_{\min}}$$ Dar: $$E_c = e \cdot U$$ Rezultă: $$\lambda_{\min} = \frac{h \cdot c}{e \cdot U} \cong 12{,}42 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{m}$$	1,00	
3.b. Energia totală a electronului relativist este: $$E = \sqrt{p^2 \cdot c^2 + m_0^2 \cdot c^4}$$ Dar: $$E = E_c + m_0 \cdot c^2$$ Unde: $$E_c = e \cdot U$$ Obținem impulsul electronului: $$p = \frac{\sqrt{e \cdot U \cdot \left(e \cdot U + 2m_0 \cdot c^2\right)}}{c}$$ Lungimea de undă de Broglie asociată electronului este: $$\lambda_{\mathrm{B}} = \frac{h}{p} = \frac{h \cdot c}{\sqrt{e \cdot U \cdot \left(e \cdot U + 2m_0 \cdot c^2\right)}} = 4{,}53 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{m}$$	1,00	
3.c. Din relația de nedeterminare a lui Heisenberg: $$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{2\pi}$$ Din datele problemei:	1,00	

$\frac{\Delta p}{p} = i$ Obținem: $\Delta x \geq \frac{h}{2\pi \cdot i \cdot p}$ Unde: $p = \frac{\sqrt{e \cdot U \cdot \left(e \cdot U + 2m_0 \cdot c^2\right)}}{c}$ Sau: $\Delta x \geq \frac{\lambda}{2\pi \cdot i}$ Rezultă: $\Delta x \geq 360,66 \cdot 10^{-12}$ m		
Oficiu		**1**
Total general		**10**

Barem propus de:

Prof. Mihail SANDU, Liceul Tehnologic de Turism, Călimănești
Prof. Viorel SOLSCHI, Colegiul Național „Mihai Eminescu”, Satu-Mare
Prof. Gabriel FLORIAN, Colegiul Național „Carol I”, Craiova