Concursul Național de Fizică „Evrika”

ediția a XXVII-a, 31 martie-2 aprilie 2017

Barem de corectare – Clasa a XI-a

Problema I (10 puncte)			
1.	Când sursa se îndepărtează de observatorul imobil, frecvența minimă receptată este $$\nu_1 = \nu_0 \frac{c}{c+v_s}$$	0,5	3,5
	iar când sursa se apropie de receptor, frecvența maximă receptată este $$\nu_2 = \nu_0 \frac{c}{c-v_s}$$	0,5	
	unde $v_s = \omega a$ este viteza maximă de oscilație a sursei.	0,5	
	Lărgimea benzii recepționate va fi $$\Delta\nu = \nu_1 - \nu_2 = \frac{2\nu_0 c\omega a}{c^2 - (\omega a)^2} \Rightarrow$$ $$(a^2\Delta\nu)\omega^2 + (2\nu_0 ca)\omega - c^2\Delta\nu = 0 \Rightarrow$$	1	
	$$\omega = \frac{-\nu_0 ca + \sqrt{(\nu_0 ca)^2 + (ac\Delta\nu)^2}}{(a^2\Delta\nu)} = \frac{\nu_0 c}{a\Delta\nu}\left(\sqrt{1+\left(\frac{\Delta\nu}{\nu_0}\right)^2} - 1\right)$$ $\omega \cong 33{,}9\ \mathrm{rad/s}$	1	
2.			
a)	Ecuația traiectoriei este: $$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} - \frac{2xy}{AB}\cos\varphi = \sin^2\varphi \Rightarrow \frac{x^2}{1^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1$$ Traiectoria este o elipsă.	1,5	5,5
	$$\dot{x} = -10\sin 10t$$ $$\dot{y} = -20\sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$$ La $t = 0$ $$x(0) = 1;\ \dot{x}(0) = 0$$ $$y(0) = 0; \dot{y}(0) = -20$$ Din care rezultă că mișcarea se face în sens orar.	1,5	
b)	Viteza areolară $$\overrightarrow{\Delta S} = \frac{1}{2}[\vec{r} \times (\vec{r} + \overrightarrow{\Delta r})]; \vec{\Omega} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\overrightarrow{\Delta S}}{\Delta t} = \frac{1}{2}\lim_{\Delta t \to 0}\left[\vec{r}\times\vec{r} + \vec{r}\times\frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t}\right] = \frac{1}{2}\vec{r}\times\vec{v}.$$	1,5	
c)	$$\vec{\Omega}_z = \frac{1}{2}(x\vec{\imath} + y\vec{\jmath}) \times (\dot{x}\vec{\imath} + \dot{y}\vec{\jmath}) = \frac{1}{2}(x\dot{y} - \dot{x}y)\vec{k}$$ $$\Omega = \frac{1}{2}(x\dot{y} - \dot{x}y)$$ $$\Omega = 10\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right); \Omega = -10\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}.$$	1	
	Oficiu	1	1
	Total		**10**

Concursul Național de Fizică „Evrika”
ediția a XXVII-a, 31 martie-2 aprilie 2017
Barem de corectare – Clasa a XI-a

Problema II (10 puncte)			
a)	Ecuația de oscilație: $$m\vec{a} = \vec{F}_r + \vec{F}_e + \vec{F}(t)$$		0,5
b)	Fie $$x(t) = A\cos(\omega t - \varphi)$$ Atunci $$v(t) = -\omega A\sin(\omega t - \varphi)$$ $$a(t) = -\omega^2 A\cos(\omega t - \varphi)$$ $$-m\omega^2 A\sin(\omega t - \varphi) + kA\sin(\omega t - \varphi) - b\omega A\cos(\omega t - \varphi) = F_0\sin\omega t$$ $$F_0^2 = (b\omega A)^2 + (kA - m\omega^2 A)^2$$ $$A = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 2\delta^2\omega^2}}$$ $$\tan\varphi = \frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$		2,5
c)			
i	$$\frac{dA}{d\omega} = 0 \Longrightarrow \omega_A = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} \Longrightarrow \tan\varphi_A = \frac{\omega_A}{\delta}$$		1,0
ii)	$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t - \varphi);\ \bar{U} = \frac{1}{4}kA^2 \Longrightarrow \frac{d\bar{U}}{d\omega} = 0 \Longrightarrow \tan\varphi_A = \frac{\omega_A}{\delta}$$		1,0
iii)	$$A_v = \omega A = \frac{F_0}{m}\frac{\omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 2\delta^2\omega^2}}, \frac{dA_v}{d\omega} = 0 \Longrightarrow \omega = \omega_0, \varphi_v = \frac{\pi}{2}$$		1,0
iv)	$$P_d = F_r v = -b\omega^2 A^2\sin^2(\omega t - \varphi), \bar{P}_d = \frac{1}{2}bA_v^2, \frac{d\bar{P}_d}{d\omega} = 0 \Longrightarrow \omega = \omega_0, \varphi = \frac{\pi}{2}$$		1,0
v)	$$E_c = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t - \varphi), \bar{E}_c = \frac{1}{4}kA^2, \quad \frac{dE_c}{d\omega} = 0 \Longrightarrow \omega = \omega_0, \varphi = \frac{\pi}{2}$$		1,0
vi)	$$P = Fv = -\frac{1}{2}F_0\omega A\sin 2\omega t\cos\varphi + F_0\omega A\sin\varphi\cos^2\omega t$$ $$\overline{\sin 2\omega t} = 0, \overline{\cos^2\omega t} = \frac{1}{2}$$ $$\bar{P} = \frac{1}{2}F_0\omega A\sin\varphi, \sin\varphi = \frac{2\delta\omega A}{f_0}, \bar{P} = m\delta A_v^2$$		1,0
	Oficiu		1,0
	Total		**10**

Barem de corectare – Clasa a XI-a

Problema III (10 puncte)			
A)			**3,50**
a1)	Dacă m este masa pistonului, presiunea inițială a gazului este $p_i = \frac{mg}{S}$.	0,25	2,25
	Dacă M este masa corpului, presiunea finală a gazului este $p_f = \frac{(m+M)g}{S}$.	0,25	
	Din ecuația principiului I al termodinamicii $(Q=0)$, rezultă:	0,25	
	$(m+M)gh = \Delta U$,	0,25	
	unde $h = \frac{V_i - V_f}{S}$,	0,25	
	iar $\Delta U = \nu C_V (T_f - T_i) = \nu \frac{R}{\gamma - 1}(T_f - T_i) = \frac{p_f V_f - p_i V_i}{\gamma - 1}$.	0,50	
	Prin urmare, $\frac{V_f}{V_i} = \frac{\gamma-1}{\gamma} + \frac{1}{\gamma}\frac{p_i}{p_f} = \frac{\gamma-1}{\gamma} + \frac{1}{\gamma}\left(1+\frac{M}{m}\right)^{-1}$. *Obs:* Se vede de aici că pentru $M=0$, $V_f = V_i$.// Cum $M = m$, atunci $\frac{V_f}{V_i} = \frac{\gamma-1}{\gamma} + \frac{1}{2\gamma} = 1 - \frac{1}{2\gamma}$.	0,25	
	Valoarea numerică a acestui raport este $\frac{V_f}{V_i} = 1 - \frac{1}{2\times\frac{5}{3}} = 0{,}7$.	0,25	
a2)	Dacă $M >> m$, atunci, din relația de mai sus rezultă $\frac{V_f}{V_i} = \frac{\gamma-1}{\gamma} + \frac{1}{\gamma}\left(1+\frac{M}{m}\right)^{-1} = \frac{\gamma-1}{\gamma} = 1 - \frac{1}{\gamma}$.	0,25	0,50
	Valoarea numerică a acestui raport este $\frac{V_f}{V_i} = 1 - \frac{1}{\frac{5}{3}} = 0{,}4$.	0,25	
a3)	Deoarece		0,75

Barem de corectare – Clasa a XI-a

	$$\Delta S=\nu R\ln\frac{V_f}{V_i}+\nu C_V\ln\frac{T_f}{T_i}=\nu R\left(\ln\frac{V_f}{V_i}+\frac{1}{\gamma-1}\ln\frac{T_f}{T_i}\right),$$ atunci $$\frac{\Delta S}{\nu R}=\ln\frac{V_f}{V_i}+\frac{1}{\gamma-1}\ln\frac{T_f}{T_i}=\ln\frac{V_f}{V_i}+\frac{1}{\gamma-1}\ln\frac{p_fV_f}{p_iV_i}=\ln\frac{V_f}{V_i}+\frac{1}{\gamma-1}\ln\frac{p_f}{p_i}+$$ $$+\frac{1}{\gamma-1}\ln\frac{V_f}{V_i}=\frac{\gamma}{\gamma-1}\ln\frac{V_f}{V_i}+\frac{1}{\gamma-1}\ln\frac{p_f}{p_i}=$$ $$=\frac{\gamma}{\gamma-1}\ln\left[\frac{\gamma-1}{\gamma}+\frac{1}{\gamma}\left(1+\frac{M}{m}\right)^{-1}\right]+\frac{1}{\gamma-1}\ln\left(1+\frac{M}{m}\right).$$ În cazul în care $M=m$, $$\frac{\Delta S}{\nu R}=\frac{\gamma}{\gamma-1}\ln\left[1-\frac{1}{2\gamma}\right]+\frac{1}{\gamma-1}\ln 2=\frac{5}{2}\ln 0{,}7+\frac{3}{2}\ln 2=0{,}148.$$	0,25 0,5	
B)			**3,00**
b1)	Imediat înainte de ciocnirea plastică dintre corp și piston, viteza corpului este $$v_1=\sqrt{2gh}.$$ După ciocnirea plastică dintre corp și piston, viteza ansamblului este $$v=\frac{m\times 0+m\times\sqrt{2gh}}{m+m}=\sqrt{\frac{gh}{2}},$$ așa încât energia cinetică a ansamblului corp-piston este $$E_c=\frac{2m\times v^2}{2}=\frac{1}{2}mgh,$$ iar căldura degajată $$Q=\frac{\mu v_r^2}{2}=\frac{1}{2}\frac{m\times m}{m+m}\left(\sqrt{2gh}-0\right)^2=\frac{1}{2}mgh.$$ Teorema variației energiei cinetice pentru un sistem de puncte materiale se scrie $$\Delta E_c=L_{\text{int}}+L_{ext}=(-\Delta U)+(-\Delta E_p).$$ Cum $$\Delta E_c=0-\frac{1}{2}mgh=-\frac{1}{2}mgh,$$ iar $$\Delta E_p=0,$$ atunci $$\frac{1}{2}mgh=\frac{(p_f-p_i)V_i}{\gamma-1}=\frac{(p_f-p_i)Sh_0}{\gamma-1}=\frac{(2mg-mg)h_0}{\gamma-1}=\frac{mgh_0}{\gamma-1},$$ de unde $$h=\frac{2h_0}{\gamma-1}=3h_0.$$	0,25 0,25 0,25 0,25 0,75 0,25 0,25 0,25	2,50

Barem de corectare – Clasa a XI-a

b2)	$$\frac{T_f}{T_i}=\frac{p_f}{p_i}=\frac{\frac{2mg}{S}}{\frac{mg}{S}}=2$$	0,50	0,50
C)			**2,50**
c1)	În acest caz procesul este unul cvasistatic și este valabilă ecuația Poisson: $$p_fV_f^{\gamma}=p_iV_i^{\gamma},$$ de unde $$\frac{V_f'}{V_i}=\left(\frac{p_i}{p_f}\right)^{1/\gamma}=2^{-1/\gamma}=0{,}660.$$	0,25 0,25	0,50
c2)	Procesul fiind unul reversibil, $$\Delta S=0.$$		0,25
c3)	Tensiunea din fir este $$F=2mg-pS$$ și aceasta scade foarte lent de la mg la 0, făcând ca presiunea gazului să crească cvasistatic de la $\frac{mg}{S}$, la $\frac{2mg}{S}$. Cum deplasarea punctului de aplicație al acestei forțe se face în sens opus sensului ei de acțiune, atunci lucrul mecanic efectuat asupra firului este $$Q=-2mg\frac{V_f'-V_i}{S}+L_{adiab}=-p_f\left(V_f'-V_i\right)-\nu C_V\left(T_f-T_i\right)=$$ $$=-p_f\left(V_f'-V_i\right)-\nu\frac{R}{\gamma-1}\left(T_f-T_i\right)=-p_f\left(V_f'-V_i\right)-\frac{p_fV_f'-p_iV_i}{\gamma-1}=.$$ $$=-\frac{\gamma}{\gamma-1}p_fV_f'+p_fV_i+\frac{p_iV_i}{\gamma-1}$$ Încălzind izobar gazul prin utilizarea acestei energii, atunci $$Q=\nu C_p\left(T_f''-T_f'\right)=\frac{\gamma}{\gamma-1}\nu R\left(T_f''-T_f'\right)=\frac{\gamma}{\gamma-1}p_f\left(V_f''-V_f'\right),$$ de unde $$V_f''=V_f'+\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{Q}{p_f}=V_f'+\frac{\gamma-1}{\gamma p_f}\left(-\frac{\gamma}{\gamma-1}p_fV_f'+p_fV_i+\frac{p_iV_i}{\gamma-1}\right)=$$ $$=V_f'-V_f'+\frac{\gamma-1}{\gamma}V_i+\frac{1}{\gamma}\frac{p_i}{p_f}V_i=\frac{V_i}{\gamma}\left(\gamma-1+\frac{1}{2}\right)=\left(1-\frac{1}{2\gamma}\right)V_i=V_f.$$	0,25 0,25 0,50 0,50 0,25	1,75
	Oficiu		1,0
	Total		**10**