Concursul Naţional de Fizică „Evrika”
ediţia a XXVI-a, 1-3 aprilie 2016

Barem de corectare – Clasa a XII-a

<table>
<tr><th>Problema 1 – Pendulul Waltenhofen</th><th>Parţial</th><th>Punctaj</th></tr>
<tr><td>Barem</td><td></td><td>10</td></tr>
<tr><td>a) Până la momentul t_1, placa se află în întregime în câmp magnetic şi fluxul magnetic prin suprafaţa plăcii este constant. Deci t.e.m. indusă în placă este nulă. Lăsată liberă, placa începe să se mişte în sus, accelerat, cu acceleraţia
$$a=\frac{g\left(M-m\right)}{M+m}$$
şi viteza creşte uniform până la momentul t_1, când placa începe să iasă din câmp. Din acest moment, fluxul magnetic prin suprafaţa plăcii începe să scadă şi în placă se induce o t.e.m. indusă care generează un curent indus:
$$e=-\frac{d\Phi}{dt}=-B\frac{dS}{dt}=-BL\frac{dx}{dt}=-Blv$$
$$i=\frac{e}{R}=-\frac{BLv}{R}$$
unde R este o rezistenţă efectivă a porţiunii de placă prin care circulă curentul indus.
Puterea disipată în placă va fi $P=i^2R=\frac{B^2L^2v^2}{R^2}R=\frac{B^2L^2}{R}v^2$. Această putere reprezintă viteza de variaţie (scădere) a energiei mecanice a sistemului, care se datorează forţei electromagnetice care frânează placa în timpul mişcării prin câmp magnetic:
$$P=F_{em}v=\frac{B^2L^2}{R}v\cdot v$$
de unde
$$F_{em}=\frac{B^2L^2}{R}v\ ,$$
sau vectorial
$$\vec{F}_{em}=-\frac{B^2L^2}{R}\vec{v}=-\beta\vec{v}\ ,$$
cu $\beta=\frac{B^2L^2}{R}$.</td><td>1</td><td rowspan="2">3</td></tr>
<tr><td>Deducem mai departe legea variaţiei vitezei cadrului datorită frânării, după momentul t_1 .
Ecuaţia principiului fundamental aplicată celor două corpuri, permite scrierea sistemului de ecuaţii:
$$\begin{cases}Mg-T_1=Ma_1\\T_1-mg-\beta v=ma_1\end{cases}$$
sau</td><td>1</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>

$$Mg - mg - \beta v = (m+M)\frac{dv}{dt}$$

Rezultă ecuaţia diferenţială cu variabile separabile

$$\frac{(m+M)dv}{(M-m)g - \beta v} = dt$$

a cărei soluţie este

$$v(t) = \frac{(M-m)g}{\beta}\left[1 + \left(\frac{\beta t_1}{m+M} - 1\right)e^{-\frac{\beta}{m+M}(t-t_1)}\right]$$

</td>
<td></td>
<td rowspan="2"></td>
</tr>
<tr>
<td>

De aici se vede că $v(t_1) = \frac{(M-m)g}{M+m}t_1 = v_1$ şi $v(\infty) = \frac{(M-m)g}{\beta} = \frac{(M-m)gR}{B^2L^2}$.

Aceasta din urmă este tocmai viteza limită care se atinge foarte repede după ce placa începe să iasă din câmp magnetic. Aşadar

$$v_{\lim} = \frac{(M-m)gR}{B^2L^2}$$

Cu această valoare a vitezei limită se observă că expresia dependenţei $v(t)$ se poate scrie şi astfel:

$$v(t) = v_{\lim} + (v_1 - v_{\lim})e^{-\frac{\beta}{m+M}(t-t_1)}$$

La momentul t_2 placa iese complet din câmpul magnetic şi se mişcă în continuare din nou cu acceleraţia a, iar viteza începe din nou să crească uniform, începând de la viteza limită. Evident, pentru obţinerea graficului dat trebuie ca valorile mărimilor din formulele de mai sus să fie alese în mod potrivit. Valoarea rezistenţei efective R se consideră foarte mică (de ex. de ordinul 10^{-5} Ω), fiind rezistenţa unei porţiuni din placa de aluminiu (masivă) prin care trece curentul indus.

</td>
<td>1</td>
</tr>
<tr>
<td>

b) După cum se vede din imagine, pendulul Waltenhofen constă dintr-o placă de aluminiu care are o parte continuă şi o parte discontinuă, asemănătoare cu a unui pieptene din aluminiu (fig.1). Dacă pendulul oscilează prin câmpul magnetic creat de electromagnet cu partea discontinuă, curenţii Foucault induşi sunt foarte mici din cauza discontinuităţilor plăcii, forţa electromagnetică de frânare va fi şi ea mică şi oscilaţiile se atenuează mai greu. Dacă pendulul oscilează cu partea continuă a plăcii printre polii electromagnetului, atunci curenţii Foucault induşi sunt mai intenşi şi atenuarea este mai rapidă. Acesta este cazul de oscilaţie care trebuie analizat. Conform fig. 2, la un moment dat când pendulul se mişcă spre stânga cu viteza instantanee v, putem scrie ecuaţia principiului fundamental pentru mişcarea de rotaţie în jurul punctului O:

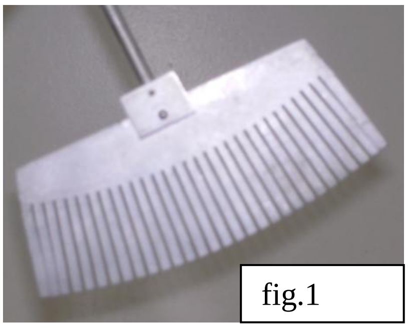


fig.1

</td>
<td>1</td>
<td>3</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>

$$-M_G - M_{F_{em}} = J\varepsilon$$

sau exprimând concret momentele forţelor şi aducând toţi termenii în acelaşi membru:

$$J\ddot{\theta} + F_{em}l + mgl\sin\theta = 0$$

Considerând oscilaţii mici, $\sin\theta \approx \theta$ şi $F_{em} = \beta v = \beta\omega l = \beta l\dot{\theta}$,

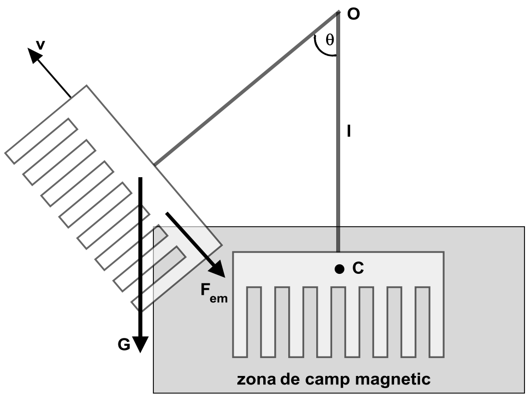


fig.2

rezultă ecuaţia

$$J\ddot{\theta} + \beta l^2\dot{\theta} + mgl\theta = 0$$

sau

$$\ddot{\theta} + \frac{\beta l^2}{J}\dot{\theta} + \frac{mgl}{J}\theta = 0$$

Aici l este distanţa de la centrul de rotaţie O până la centru de masă al pendulului fizic (reprezentat prin placa de aluminiu), iar J - momentul de inerţie al plăcii faţă de O.

</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>

Notând:

$$\frac{mgl}{J} = \omega_0^2 \quad \text{şi} \quad \frac{\beta l^2}{J} = 2b$$

se ajunge la ecuaţia tipică a oscilaţiilor amortizate:

$$\ddot{\theta} + 2b\dot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0$$

Dacă este îndeplinită condiţia $\omega_0 > b$, atunci soluţia acestei ecuaţii diferenţiale este

$$\theta = \theta_0 e^{-bt}\sin(\omega t + \varphi_0)$$

sau

$$x = x_0 e^{-bt}\sin(\omega t + \varphi_0)$$

unde x este elongaţia liniară.

</td>
<td>1</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>

Din relaţiile de mai sus se observă că coeficientul de amortizare este de forma

$$b = \frac{\beta l^2}{2J} = \frac{B^2L^2l^2}{2RJ}$$

Valorile pentru R, L ale plăcii de aluminiu pot fi luate doar cu aproximaţie, de asemenea J depinde de forma geometrică a plăcii. Esenţial este că $b \sim B^2$, dar şi cu U^2 pentru că inducţia câmpului magnetic creat de electromagnet este proporţională cu U - tensiunea de alimentare a bobinelor.

</td>
<td>1</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>c) Se măsoară de pe grafic pseudoperioada oscilaţiilor, determinând timpul Δt în</td>
<td>1</td>
<td>3</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td>care se fac un număr n de oscilaţii, apoi se calculează $T=\frac{\Delta t}{n}$. Pentru a determina decrementul logaritmic D, se măsoară (în centimetri) amplitudinea iniţială (A_1) şi amplitudinea după n_1 oscilaţii (A_{n1}), după care se calculează decrementul cu formula

$$D=\frac{1}{n_1-1}\ln\left(\frac{A_1}{A_{n_1}}\right)$$</td><td></td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>Se strâng rezultatele într-un tabel

<table>
<tr><td>Nr.det.</td><td>U(V)</td><td>n</td><td>Δt (s)</td><td>T(s)</td><td>n_1</td><td>A_1(cm)</td><td>A_{n1}(cm)</td><td>D</td><td>b(s^{-1})</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0</td><td>11</td><td>9,52</td><td>0,86</td><td>11</td><td>3,10</td><td>2,30</td><td>0,029</td><td>0,038</td></tr>
<tr><td>2</td><td>U_1</td><td>10</td><td>8,85</td><td>0,88</td><td>11</td><td>6,55</td><td>0,30</td><td>0,308</td><td>0,348</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$U_2>U_1$</td><td>5</td><td>4,66</td><td>0,93</td><td>5</td><td>3,50</td><td>0,10</td><td>0,711</td><td>0,762</td></tr>
</table>

Ceea ce trebuia arătat se verifică din tabel.
Obs. Se acordă 2 puncte pentru cel puțin două zecimale corecte la fiecare determinare. Pentru prima zecimală corectă se acordă 1,5 puncte.</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Oficiu</td><td>1p</td><td>1p</td></tr>
</table>

Concursul Naţional de Fizică „Evrika”
ediţia a XXVI-a, 1-3 aprilie 2016

Barem de corectare – Clasa a XII-a

Problema II (10 puncte) - Interferometrul Fizeau

Subiect2.	Parţial	Punctaj
2. Barem Subiect 2		**10**
a) În sistemul de referinţă legat de lichid viteza luminii este $v^{'} = \frac{c}{n} = v_x^{'}$. În sistemul de referinţă legat de aparat, notăm cu v_1 viteza luminii pentru fasciculul 1, cel care se propagă în sens contrar curgerii lichidului, respectiv cu v_2 viteza luminii pentru fasciculul 2, cel care se propagă în sensul curgerii lichidului. Pentru a găsi vitezele v_1 şi v_2 vom utiliza legea relativistă de compunere a vitezelor $v_x = \dfrac{v_x^{'} + V}{1 + \dfrac{V \cdot v_x^{'}}{c^2}}$, relaţie în care $V = -u$ pentru fasciculul 1, respectiv $V = +u$ pentru fasciculul 2 : $$\begin{cases} v_1 = \dfrac{\frac{c}{n} - u}{1 - \frac{u}{nc}} = \dfrac{c}{n} \cdot \dfrac{1 - \frac{un}{c}}{1 - \frac{u}{nc}} \\ v_2 = \dfrac{\frac{c}{n} + u}{1 + \frac{u}{nc}} = \dfrac{c}{n} \cdot \dfrac{1 + \frac{un}{c}}{1 + \frac{u}{nc}} \end{cases}$$	1,50	**4,00**
Când lichidul nu curge prin tub, $u = 0$, vitezele v_1 şi v_2 sunt egale, deci între cele două fascicule nu există diferenţă suplimentară de timp de parcurs provocată de curgerea lichidului. În punctul O se obţine iluminare maximă provocată de lama optică. Când lichidul curge prin tub, $u \neq 0$, vitezele v_1 şi v_2 sunt diferite, deci între cele două fascicule luminoase există o diferenţă suplimentară de timp de parcurs provocată de curgerea lichidului: $$\Delta t = \frac{2\ell}{v_1} - \frac{2\ell}{v_2} \cong \frac{4u\ell}{c^2}\left(n^2 - 1\right)$$	0,75	
Când lichidul nu curge prin tub, diferenţa de drum optic este $\Delta r_0 = k\lambda$, deoarece în punctul O iluminarea este maximă. Când lichidul curge prin tub diferenţa totală de drum optic este: $$\Delta r_0 + \Delta r = (k + \Delta k)\lambda .$$ Diferenţa suplimentară de drum optic fiind $\Delta r = \frac{\lambda \cdot \Delta t}{T} = \Delta k \cdot \lambda$, găsim variaţia ordinului de interferenţă:	1,50	

Concursul Naţional de Fizică „Evrika”
ediţia a XXVI-a, 1-3 aprilie 2016

Barem de corectare – Clasa a XII-a

$$\Delta k = \frac{\Delta t}{T} = \frac{4u\ell}{c\lambda}\left(n^2-1\right) \qquad (*)$$		
După calcule obţinem $\Delta k \cong 0{,}83$ *franje*.	0,25	
Utilizând legea clasică de compunere a vitezelor obţinem $\Delta k = \frac{\Delta t}{T} = \frac{4un^2\ell}{c\lambda} \cong 1{,}36$ *franje. Experienţa confirmă calculul relativist.*		
b) Pentru ca în punctul O să se observe întuneric total ar trebui ca diferenţa totală de drum optic să fie multiplu impar de $\frac{\lambda}{2}$. Iniţial, când lichidul nu curge prin tub , diferenţa de drum optic era un multiplu par de $\frac{\lambda}{2}$. Prin urmare, diferenţa suplimentară de drum optic provocată de curgerea lichidului trebuie să fie multiplu impar de $\frac{\lambda}{2}$: $$\Delta r = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \quad \Rightarrow \Delta k = \frac{2m+1}{2},$$ m fiind un număr întreg.	1,25	**2,00**
Folosim relaţia $(*)$, formula relativistă pentru Δk şi obţinem: $$u = (2m+1)\frac{c\lambda}{8\ell(n^2-1)}$$ Valoarea minimă a vitezei de curgere lichidului se obţine pentru $m=0$ $$u = \frac{c\lambda}{8\ell(n^2-1)} = 6\text{m/s};$$	0,75	
c) În sistemul de referinţă legat de lichidul curgător, din cauza variaţiei frecvenţei luminii prin efect Doppler, fasciculul de lumină care se propagă în sensul curgerii lichidului are lungimea de undă $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$. Prin efect Doppler nerelativist, deoarece $u << c$, obţinem $\Delta\lambda \cong \lambda\frac{u}{c}$. În acelaşi sistem de referinţă, indicele de refracţie al lichidului este: $$n' = n + \Delta n = n + \frac{dn}{d\lambda}\Delta\lambda = n\left(1 + \frac{\lambda u}{nc}\frac{dn}{d\lambda}\right),$$ iar viteza luminii se poate scrie: $$v' = \frac{c}{n'} = \frac{c}{n\left(1+\frac{\lambda u}{nc}\frac{dn}{d\lambda}\right)} \cong \frac{c}{n}\left(1 - \frac{\lambda u}{nc}\frac{dn}{d\lambda}\right).$$	1,00	**3,00**
În sistemul de referinţă al laboratorului, indicele de refracţie aparent al lichidului n_a este dat de relaţia $n_a = \frac{c}{v}$, respectiv $\frac{1}{n_a} = \frac{v}{c}$. Viteza v se obţine din legea relativistă de compunere a vitezelor, în care v' este dată de relaţia de mai sus:	0,50	

$$v=\frac{v'+u}{1+\frac{v'u}{c^2}}=\frac{\frac{c}{n}\left(1-\frac{\lambda u}{nc}\frac{dn}{d\lambda}\right)+u}{1+\frac{u}{c^2}\frac{c}{n}\left(1-\frac{\lambda u}{nc}\frac{dn}{d\lambda}\right)}=\frac{c}{n}\cdot\frac{1-\frac{\lambda u}{nc}\frac{dn}{d\lambda}+\frac{un}{c}}{1+\frac{u}{nc}-\frac{\lambda u^2}{n^2c^2}\frac{dn}{d\lambda}}\cong$$ $$\cong\frac{c}{n}\left(1-\frac{\lambda u}{nc}\frac{dn}{d\lambda}+\frac{un}{c}\right)\left(1-\frac{u}{nc}+\frac{\lambda u^2}{n^2c^2}\frac{dn}{d\lambda}\right)$$		
Prin urmare: $$\frac{1}{n_a}=\frac{v}{c}=\frac{1}{n}\left(1-\frac{\lambda u}{nc}\frac{dn}{d\lambda}+\frac{un}{c}\right)\left(1-\frac{u}{nc}+\frac{\lambda u^2}{n^2c^2}\frac{dn}{d\lambda}\right)\Rightarrow$$ $$\frac{1}{n_a}=\frac{1}{n}\left[1-\frac{\lambda u}{nc}\frac{dn}{d\lambda}+\frac{un}{c}-\frac{u}{nc}+\frac{\lambda u^2}{n^2c^2}\frac{dn}{d\lambda}-\frac{u^2}{c^2}+\frac{\lambda u^2}{n^2c^2}\frac{dn}{d\lambda}\left(1-\frac{\lambda u}{nc}\frac{dn}{d\lambda}+\frac{un}{c}\right)\right]$$ Neglijăm termenii mici şi ajungem la: $$\frac{1}{n_a}\cong\frac{1}{n}\left(1-\frac{\lambda u}{nc}\frac{dn}{d\lambda}+\frac{un}{c}-\frac{u}{nc}\right)=\frac{1}{n}+\frac{un}{c}\left(1-\frac{1}{n^2}-\frac{\lambda}{n^2}\frac{dn}{d\lambda}\right)$$	0,50	
Pentru fasciculul de lumină care se propagă în sens contrar curgerii lichidului, variaţia lungimii de undă prin efect Doppler nerelativist este $$\Delta\lambda\cong-\lambda\frac{u}{c}.$$ Prin acelaşi raţionament, utilizând schimbarea $u\to-u$, ajungem la: $$\frac{1}{n_a}=\frac{1}{n}-\frac{un}{c}\left(1-\frac{1}{n^2}-\frac{\lambda}{n^2}\frac{dn}{d\lambda}\right).$$	0,50	
Obţinem astfel relaţia cerută în enunţ : $\frac{1}{n_a}=\frac{1}{n}\pm\frac{u}{c}\left(A-B\frac{dn}{d\lambda}\right)$ respectiv, expresiile coeficienţilor A şi B: $$\begin{cases}A=1-\frac{1}{n^2}\\ B=\frac{\lambda}{n^2}\end{cases}$$	0,50	
Oficiu		**1,00**

Concursul Naţional de Fizică „Evrika”
ediţia a XXVI-a, 1-3 aprilie 2016

Barem de corectare – Clasa a XII-a

Problema III (10 puncte) - Teoria Relativităţii restrânse

Problema 3	Parţial	Punctaj
		10
a)	3	

Să presupunem că atunci când S_0 a trecut prin dreptul lui S, cei doi observatori şi-au sincronizat ceasornicele.

Utilizând desenul din figura 1 şi transformările Lorentz scriem coordonatele capetelor A şi B ale tijei:

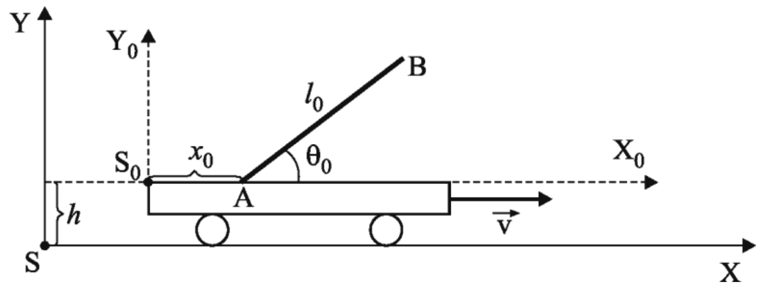


Fig. 1

$$S_0\begin{cases} A\left(x_{0A}=x_0;\ y_{0A}=0\right) \\ B\left(x_{0B}=x_0+l_0\cos\theta_0;\ y_{0B}=l_0=l_0\sin\theta_0\right); \end{cases}$$

$$S_0\begin{cases} A\left(x_A;\ y_A\right); \\ B\left(x_B;\ y_B\right); \end{cases}$$

$$x_{0A}=\frac{x_A-\mathrm{v}t}{\sqrt{1-\beta^2}}=x_0;$$

$$y_{0A}=0;\ y_A=h;$$

$$x_{0B}=\frac{x_B-\mathrm{v}t}{\sqrt{1-\beta^2}}=x_0+l_0+l_0\cos\theta_0;$$

$$y_{0B}=l_0\sin\theta_0;\ y_B=h+l_0\sin\theta_0.$$

Rezultă:

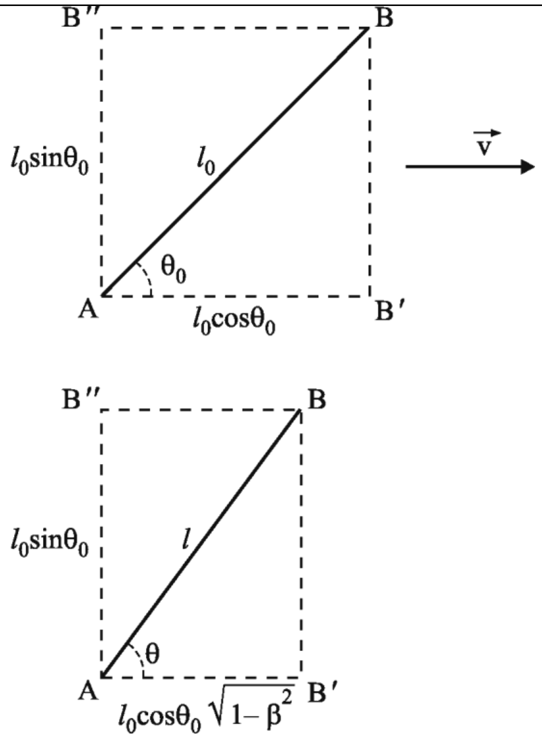
$$l=\sqrt{\left(x_B-x_A\right)^2+\left(y_B-y_A\right)^2};$$

$$l=l_0\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}\cos^2\theta_0}.$$

La acelaşi rezultat se poate ajunge şi astfel (fig. 2):

Concursul Național de Fizică „Evrika”
ediția a XXVI-a, 1-3 aprilie 2016

Barem de corectare – Clasa a XII-a

 **Fig. 2** $l=\sqrt{l_0^2\sin^2\theta_0+l_0^2\cos^2\theta_0(1-\beta^2)}$; $l=l_0\sqrt{1-\beta^2\cos^2\theta_0}$;		
$\mathrm{tg}\theta=\dfrac{\mathrm{tg}\theta_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$.		
b)	**3**	
$\vec{u}(u_x;u_y)$; $\vec{u}'(u'_{x'};u'_{y'})$; $u_x=\dfrac{dx}{dt}$; $u_y=\dfrac{dy}{dt}$; $u'_{x'}=\dfrac{dx'}{dt'}$; $u'_{y'}=\dfrac{dy'}{dt'}$; $x'=\dfrac{x-vt}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$; $y'=y$; $t'=\dfrac{t-\dfrac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$; $x=\dfrac{x'+vt'}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$; $y=y'$; $t=\dfrac{t'+\dfrac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$;		

Concursul Naţional de Fizică „Evrika”
ediţia a XXVI-a, 1-3 aprilie 2016

Barem de corectare – Clasa a XII-a

$\mathrm{d}x = \dfrac{\mathrm{d}x' + \mathrm{v}\,\mathrm{d}t'}{\sqrt{1-\dfrac{\mathrm{v}^2}{c^2}}};\ \mathrm{d}y = \mathrm{d}y';\ \mathrm{d}t = \dfrac{\mathrm{d}t' + \dfrac{\mathrm{v}}{c^2}\mathrm{d}x'}{\sqrt{1-\dfrac{\mathrm{v}^2}{c^2}}};$ $u_{\mathrm{x}} = \dfrac{u'_{\mathrm{x'}} + \mathrm{v}}{1+\dfrac{\mathrm{v}}{c^2}u'_{\mathrm{x'}}};\ u_{\mathrm{y}} = \dfrac{u'_{\mathrm{y'}}\sqrt{1-\dfrac{\mathrm{v}^2}{c^2}}}{1+\dfrac{\mathrm{v}}{c^2}u'_{\mathrm{x'}}};$ $u'_{\mathrm{x'}} = \dfrac{u_{\mathrm{x}} - \mathrm{v}}{1-\dfrac{\mathrm{v}}{c^2}u_{\mathrm{x}}};\ u'_{\mathrm{y'}} = \dfrac{u_{\mathrm{y}}\sqrt{1-\dfrac{\mathrm{v}^2}{c^2}}}{1-\dfrac{\mathrm{v}}{c^2}u_{\mathrm{x}}};$ $u'\cos\theta = \dfrac{u\cos\theta_0 - \mathrm{v}}{1-\dfrac{\mathrm{v}}{\mathrm{c}^2}u\cos\theta_0};$ $u'\sin\theta = \dfrac{u\sin\theta_0\sqrt{1-\dfrac{\mathrm{v}^2}{c^2}}}{1-\dfrac{\mathrm{v}}{\mathrm{c}^2}u\sin\theta_0}.$ $\vec{u} \neq \vec{u}';\ u = u' = c.$		
c)	**3**	
1) Observatorul se apropie de sursa fixă, astfel încât lungimea de undă a radiaţiei observate, în acord cu efectul Doppler longitudinal, este dată de expresia: $\lambda_{\mathrm{obs}} = \lambda_{\mathrm{sursă}}(1-\beta)/\sqrt{1-\beta^2};\ \ \lambda_{\mathrm{obs}} = \lambda_{\mathrm{sursă}}\sqrt{\dfrac{1-\beta}{1+\beta}};$ $\beta = \dfrac{\mathrm{v}}{c};\ \lambda_{\mathrm{obs}} < \lambda_{\mathrm{sursa}};$ $\lambda_{\mathrm{obs}} = \lambda_{\mathrm{verde}};\ \lambda_{\mathrm{sursa}} = \lambda_{\mathrm{rosu}};$ $\lambda_{\mathrm{v}} < \lambda_{\mathrm{r}},$ astfel încât rezultă: $\mathrm{v} = c\dfrac{\lambda_{\mathrm{r}}^2 - \lambda_{\mathrm{v}}^2}{\lambda_{\mathrm{r}}^2 + \lambda_{\mathrm{v}}^2} = 0{,}25c.$		
2) După trecerea prin intersecţie, observatorul se depărtează de sursa fixă, astfel încât lungimea de undă a radiaţiei observate este dată de expresia: $\lambda_{\mathrm{obs}} = \lambda_{\mathrm{sursă}}(1+\beta)/\sqrt{1-\beta^2};\ \lambda_{\mathrm{obs}} = \lambda_{\mathrm{sursă}}\sqrt{\dfrac{1+\beta}{1-\beta}};\ \lambda_{\mathrm{obs}} > \lambda_{\mathrm{sursa}},$ * Mai întâi să considerăm că pe durata trecerii vehiculului prin intersecţie nu s-au schimbat culorile luminii de pe semafoarele celor		

două sensuri, adică: 1 – Roșu; II – Verde. Ca urmare vehiculul se depărtează de sursa care emite radiație Verde. În aceste condiții lungimea de undă a radiației observate este: $$\lambda_{\text{obs}} > \lambda_{\text{sursa}};\ \lambda_{\text{sursa}} = \lambda_{\text{verde}};\ \lambda_{\text{obs}} > \lambda_{\text{verde}};$$ $$\lambda_{\text{obs}} = 6{,}45\cdot 10^{-5}\ \text{cm} \approx \lambda_{\text{rosu}}.$$ *Concluzie*: privind în oglinda retrovizoare, după trecerea prin intersecție, conducătorul vehiculului cosmic, apreciază ca fiind Roșie lumina de culoare Verde emisă se semaforul de pe sensul invers. ** Să considerăm acum că pe durata trecerii vehiculului prin intersecție, s-au schimbat culorile luminii de pe semafoarele celor două sensuri, adică: 2 – Verde; I – Roșu. Ca urmare vehiculul se depărtează de sursa fixă care emite radiație Roșie. În aceste condiții lungimea de undă a radiației observate este: $$\lambda_{\text{obs}} > \lambda_{\text{sursa}};\ \lambda_{\text{sursa}} = \lambda_{\text{rosu}};\ \lambda_{\text{obs}} > \lambda_{\text{rosu}};$$ $$\lambda_{\text{obs}} = 8{,}393\cdot 10^{-5}\ \text{cm} = 839{,}3\ \text{nm} > 760\ \text{nm}.$$ *Concluzie*: lungimea de undă a radiației Roșie, emisă de semaforul de pe sensul invers, ajunge la observator cu o lungime de undă superioară limitei superioare de sensibilitate spectrală a ochiului $(760\ \text{nm})$. De aceea, observatorul va aprecia, privind în oglinda retrovizoare, că semaforul de pe sens invers nu funcționează!		
3) Observatorul se apropie de sursa fixă, astfel încât lungimea de undă a radiației observate, în acord cu efectul Doppler longitudinal, este dată de expresia: $$\lambda_{\text{obs}} = \lambda_{\text{sursă}}(1-\beta)/\sqrt{1-\beta^2};\ \lambda_{\text{obs}} = \lambda_{\text{sursă}}\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}};$$ $$\beta = \frac{\text{v}}{c};\ \lambda_{\text{obs}} < \lambda_{\text{sursa}}.$$ Dacă, apropiindu-se de semafor, conducătorul vehiculului cosmic, apreciază că semaforul nu funcționează, însemnează că lungimea de undă a radiației observate este mai mică decât limita inferioară a sensibilității spectrale a ochiului acestuia. În aceste condiții culorile luminilor de pe cele două semafoare sunt: 2 – Verde; I – Roșu, astfel încât rezultă: $$\lambda_{\text{sursa}} = \lambda_{\text{verde}};\ \lambda_{\text{obs}} = \lambda_{\min} = 400\ \text{nm};$$ $$\lambda_{\min} = \lambda_{\text{verde}}(1-\beta)/\sqrt{1-\beta^2};\ \lambda_{\min} = \lambda_{\text{verde}}\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}};$$ $$\beta = \frac{\lambda_{\text{verde}}^2 - \lambda_{\min}^2}{\lambda_{\text{verde}}^2 + \lambda_{\min}^2};$$ $$\beta = 0{,}3 = \frac{\text{v}}{c};\ \text{v} = 0{,}3\cdot c.$$		

4) Observatorul se depărtează de sursa fixă, astfel încât lungimea de undă a radiației observate, în acord cu efectul Doppler longitudinal, este dată de expresia: $$\lambda_{obs} = \lambda_{sursă}(1+\beta)/\sqrt{1-\beta^2};\ \lambda_{obs} = \lambda_{sursă}\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}};$$ $$\beta = \frac{\mathrm{v}}{c};\ \lambda_{obs} > \lambda_{sursa}.$$ Dacă, depărtându-se de semafor, conducătorul vehiculului cosmic, apreciază că semaforul nu funcționează, însemnează că lungimea de undă a radiației observate este mai mare decât limita superioară a sensibilității spectrale a ochiului acestuia. * Mai întâi să considerăm că, după trecerea vehiculului prin intersecție, culorile celor două semafoare sunt: 2 – Verde; I – Roșu, astfel încât rezultă: $$\lambda_{sursa} = \lambda_{rosu};\ \lambda_{obs} = \lambda_{max} = 760\ \mathrm{nm};$$ $$\lambda_{max} = \lambda_{rosu}(1+\beta)/\sqrt{1-\beta^2};$$ $$\lambda_{max} = \lambda_{rosu}\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}};$$ $$\beta = \frac{\lambda_{max}^2 - \lambda_{rosu}^2}{\lambda_{max}^2 + \lambda_{rosu}^2};$$ $$\beta = 0{,}15 = \frac{\mathrm{v}}{c};\ \mathrm{v} = 0{,}15 \cdot c.$$ ** Să considerăm acum că, după trecerea vehiculului prin intersecție, culorile celor două semafoare sunt: 1 – Roșu; II – Verde, astfel încât rezultă: $$\lambda_{sursa} = \lambda_{verde};\ \lambda_{obs} = \lambda_{max} = 760\ \mathrm{nm};$$ $$\lambda_{max} = \lambda_{verde}(1+\beta)/\sqrt{1-\beta^2};$$ $$\lambda_{max} = \lambda_{verde}\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}};$$ $$\beta = \frac{\lambda_{max}^2 - \lambda_{verde}^2}{\lambda_{max}^2 + \lambda_{verde}^2};$$ $$\beta = 0{,}395 = \frac{\mathrm{v}}{c};\ \mathrm{v} \approx 0{,}4 \cdot c.$$		
Oficiu		**1,00**