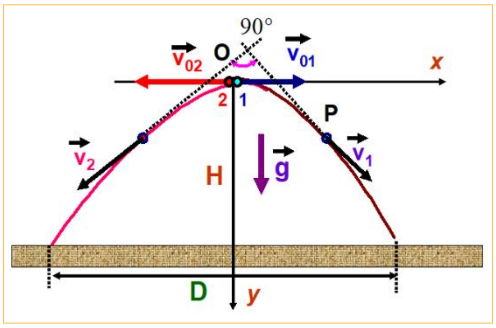
OLIMPIADA DE FIZICĂ

ETAPA LOCALĂ/PE ȘCOALĂ

BAREME

Subiect	Rezolvare
I.	**a.)** $D=(v_{01}+v_{02})\cdot t_c \rightarrow$ (**1 punct**), unde timpul de zbor a celor două corpuri este: $t_c=\sqrt{\frac{2H}{g}} \rightarrow$ (**1 punct**), $D=(v_{01}+v_{02})\cdot\sqrt{\frac{2H}{g}}=14\,\text{m} \rightarrow$ (**0,50 puncte**). **Punctaj a.) → 2,50 puncte**  **b.)** Distanța dintre cele două corpuri la un moment dat t este: $D=(v_{01}+v_{02})\cdot t \quad \rightarrow$ (**0,25 puncte**). **<u>Metoda 1</u>:** Folosind definiția produsului scalar a doi vectori pentru a determina timpul t, pentru care care vitezele celor două corpuri sunt perpendiculare: $\vec{v}_1\bullet\vec{v}_2=v_1\cdot v_2\cdot\cos 90°=0$ → (**0,25 puncte**) $\vec{v}_1=\vec{v}_{1x}+\vec{v}_{1y}=v_{1x}\cdot\vec{i}+v_{1y}\cdot\vec{j}=v_{01}\cdot\vec{i}+gt\cdot\vec{j}=\vec{v}_{01}+\vec{g}\cdot t \quad \rightarrow$ (**0,25 puncte**) $v_{1x}=v_{01};\ v_{1y}=g\cdot t \quad \rightarrow$ (**0,50 puncte**) $\vec{v}_2=\vec{v}_{2x}+\vec{v}_{2y}=v_{2x}\cdot\vec{i}+v_{2y}\cdot\vec{j}=-v_{02}\cdot\vec{i}+gt\cdot\vec{j}=\vec{v}_{02}+\vec{g}\cdot t \quad \rightarrow$ (**0,25 puncte**) $\vec{v}_1\bullet\vec{v}_2=0$ $\vec{v}_1\bullet\vec{v}_2=\left(v_{01}\cdot\vec{i}+gt\cdot\vec{j}\right)\bullet\left(-v_{02}\cdot\vec{i}+gt\cdot\vec{j}\right)=0 \quad \rightarrow$ (**0,25 puncte**) $\Leftrightarrow v_{01}\cdot v_{02}=g^2\cdot t^2 \quad \Rightarrow \quad t=\frac{\sqrt{v_{01}\cdot v_{02}}}{g}. \quad \rightarrow$ (**0,25 puncte**) $D=(v_{01}+v_{02})\cdot\frac{\sqrt{v_{01}\cdot v_{02}}}{g} \quad \rightarrow$ (**0,25 puncte**) $D=\frac{7\sqrt{3}}{5}\ \text{m} \quad \rightarrow$ (**0,25 puncte**) **<u>Metoda 2</u>:** $D=(v_{01}+v_{02})\cdot t \quad \rightarrow$ (**0,25 puncte**). $ctg(\beta+\gamma)=\frac{ctg\beta\cdot ctg\gamma-1}{ctg\beta+ctg\gamma} \quad \rightarrow$ (**0,50 puncte**) $\beta+\gamma=\alpha=90° \ \Rightarrow ctg(\beta+\gamma)=ctg90°=0 \quad \rightarrow$ (**0,25 puncte**) $ctg\beta\cdot ctg\gamma=1 \quad \rightarrow$ (**0,50 puncte**) $ctg\beta=\frac{v_{1y}}{v_{1x}}=\frac{gt}{v_{01}} \quad \rightarrow$ (**0,25 puncte**) $ctg\gamma=\frac{v_{2y}}{v_{2x}}=\frac{gt}{v_{21}} \quad \rightarrow$ (**0,25 puncte**)

$$\frac{gt}{v_{01}}\cdot\frac{gt}{v_{02}}=1 \quad \rightarrow \textbf{(0,25 puncte)}$$

$$t=\frac{\sqrt{v_{01}\cdot v_{02}}}{g} \quad \rightarrow \textbf{(0,25 puncte)}$$

$$D=(v_{01}+v_{02})\cdot\frac{\sqrt{v_{01}\cdot v_{02}}}{g} \quad \rightarrow \textbf{(0,25 puncte)}$$

$$D=\frac{7\sqrt{3}}{5}\ \text{m} \quad \rightarrow \textbf{(0,25 puncte)}$$

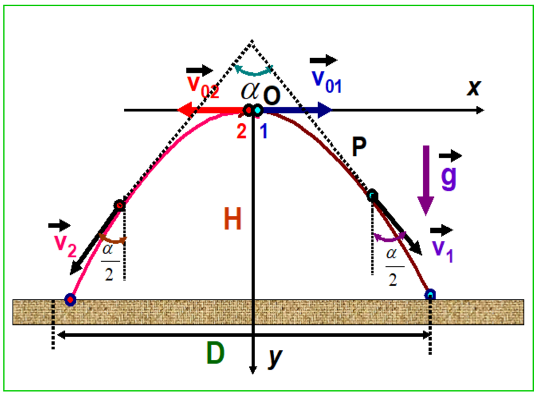
Punctaj b.) → 3 puncte

c.) Distanța dintre cele două corpuri la un moment dat t este:

$D=(v_0+v_0)\cdot t=2v_0\cdot t$ → **(0,25 puncte)**.

Folosim definiția produsului scalar a doi vectori pentru a determina timpul t în funcție de viteza v_0 , accelerația gravitațională g : și unghiul α dintre cei doi vectori ;

$\vec{v}_1\bullet\vec{v}_2=v_1\cdot v_2\cdot\cos\alpha$ → **(0,25 puncte)**



$$\vec{v}_1=\vec{v}_{1x}+\vec{v}_{1y}=v_{1x}\cdot\vec{i}+v_{1y}\cdot\vec{j}=v_0\cdot\vec{i}+gt\cdot\vec{j}=\vec{v}_0+\vec{g}\cdot t \quad \rightarrow \textbf{(0,50 puncte)}$$

$$v_{1x}=v_{01};\ v_{1y}=g\cdot t$$

$$\vec{v}_2=\vec{v}_{2x}+\vec{v}_{2y}=v_{2x}\cdot\vec{i}+v_{2y}\cdot\vec{j}=-v_0\cdot\vec{i}+gt\cdot\vec{j}=-\vec{v}_0+\vec{g}\cdot t \quad \rightarrow \textbf{(0,50 puncte)}$$

$$\vec{v}_1=\sqrt{v_0^2+g^2\cdot t^2} \quad \rightarrow \textbf{(0,25 puncte)}$$

$$\vec{v}_2=\sqrt{v_0^2+g^2\cdot t^2} \quad \rightarrow \textbf{(0,25 puncte)}$$

$$\vec{v}_1\bullet\vec{v}_2=\left(v_0\cdot\vec{i}+gt\cdot\vec{j}\right)\bullet\left(-v_0\cdot\vec{i}+gt\cdot\vec{j}\right)=\sqrt{v_0^2+g^2\cdot t^2}\cdot\sqrt{v_0^2+g^2\cdot t^2}\cdot\cos\alpha$$

$$\Rightarrow\quad -v_0^2+g^2\cdot t^2=(v_0^2+g^2\cdot t^2)\cdot\cos\alpha \quad \rightarrow \textbf{(0,75 puncte)}$$

$$\Rightarrow\quad t=\frac{v_0}{g}\cdot\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}} \quad \rightarrow \textbf{(0,25 puncte)}$$

$$D=\frac{2v_0^2}{g}\cdot\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}=\frac{2v_0^2}{g}\cdot ctg\alpha \quad \rightarrow \textbf{(0,50 puncte)}$$

Punctaj c.) → 3,50 puncte

P.S. Se punctează orice variantă alternativă de rezolvare. Punctaj din oficiu: **1 punct**

Punctaj total problemă → 10 puncte

<u>OBSERVAȚIE</u>: $\cos\alpha=\cos^2\frac{\alpha}{2}-\sin^2\frac{\alpha}{2}=2\cdot\cos^2\frac{\alpha}{2}-1=1-2\cdot\sin^2\frac{\alpha}{2}$

$$\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}=\sqrt{\frac{2\cdot\cos^2\frac{\alpha}{2}}{2\cdot\sin^2\frac{\alpha}{2}}}=ctg\frac{\alpha}{2}.$$

	Din triunghiul dreptunghic al vitezelor avem: $ctg\frac{\alpha}{2}=\frac{v_y}{v_{0x}}=\frac{gt}{v_0}$, datorită simetriei traiectoriilor celor 2 corpuri. Rezultă că: $t=\frac{v_0}{g}\cdot ctg\frac{\alpha}{2}$, deci distanța dintre corpuri este: $D=(v_0+v_0)\cdot t=2v_0\cdot t=\frac{2v_0^2}{g}\cdot ctg\alpha$. Se observă că la orice moment t, cele 2 corpuri se află la aceeași înălțime față de sol.
II.	Barem a)reprezentare grafică corectă (un semicerc de rază R=5); 3 puncte b) T=10s; 1 punct c) d=arie semicerc = $\pi R^2/2$= 39,27m; 1 punct d)prin aproximație se obtin 2 triunghiuri dreptunghice egale cu aria= vt/2=2,29 $d_1=d_2$=2,29m; 2 puncte e) Din ecuația cercului rezultă $v^2+t^2=25$ $v=\sqrt{(25-t^2)}$ 2 puncte Oficiu 1 punct Total 10 puncte
III.	a) Pentru determinarea ecuației traiectoriei se elimină timpul . Obținem: $t=\frac{x+3}{2}$ rezultă: $y=10-\frac{x+3}{2}=\frac{20-x-3}{2}=\frac{17-x}{2}$ .... 2 puncte Se observă că mișcarea punctului material este o mișcare rectiline uniformă. Componentele vectorului viteză pe cele două axe de coordonate sunt coeficienții din fața lui t. Vom avea, v_x = 2 m/s și v_y = -1 m/s. Înlocuind în expresia vectorului viteză: $\vec{v}=v_x\vec{i}+v_y\vec{j}=2\vec{i}-\vec{j}$ ....2 puncte b) Din ecuația punctului material $\vec{r}(t)=t^2\vec{i}+t\vec{j}$ $\vec{r}(t)=x\vec{i}+y\vec{j}$ Identificăm $x=t^2$ și y=t . Eliminând timpul $t=\sqrt{x}$ $\Rightarrow$ $y=t=\sqrt{x}$ obținem ecuația traiectoriei $y=\sqrt{x}$ .... 1 punct Pentru determinarea modulului vitezei utilizăm componentele vitezei medii pe cele două axe $v_x=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_{(t+\Delta t)}-x_{(t)}}{\Delta t}=\frac{(t+\Delta t)^2-t^2}{\Delta t}=2t+\Delta t$ Pentru $\Delta t\to 0$ vom obține v_x =2t ....1 punct $v_y=\frac{\Delta y}{\Delta t}=\frac{y_{(t+\Delta t)}-y_{(t)}}{\Delta t}=\frac{(t+\Delta t)-t}{\Delta t}=1\,m/s$ ....1 punct Modulul vitezei punctului material va fi $v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{4t^2+1}$ $iar\ pentru\ t=2s\Rightarrow v=\sqrt{17}\,m/s$ ....2 puncte Oficiu 1 punct Total 10 puncte