CLASA a XI - a * Rezolvări și bareme*

Subiectul 1 – Rezolvare și barem.

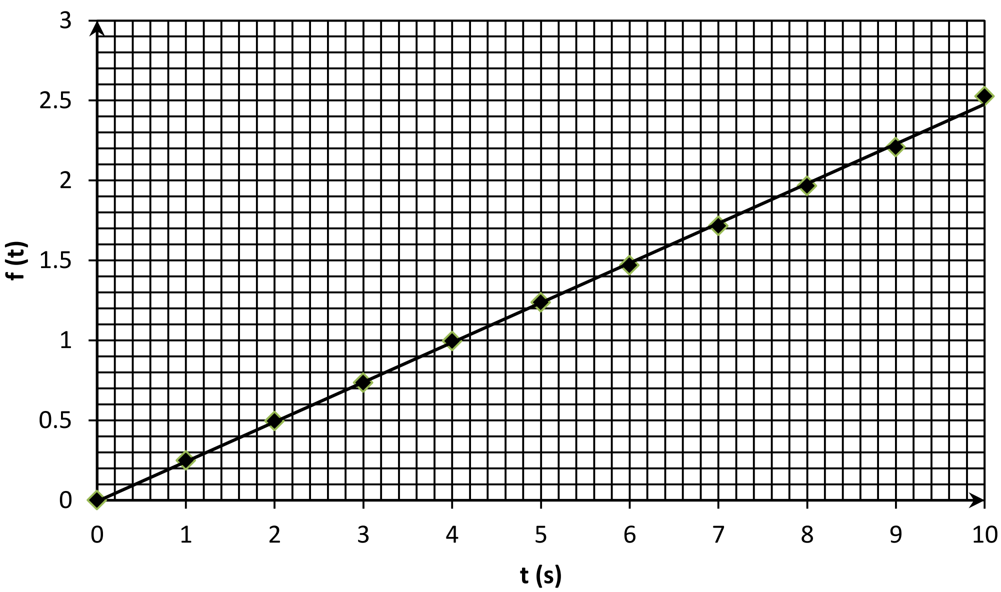
a. Din grafic observăm că perioada este $T = 1s$ și atunci valoarea frecvenței este $\nu = \frac{1}{T} = 1Hz$. ***(0,5p)***

La $t = 0$ observăm că $y = A_0 =$ maxim deci $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ ***(0,5p)***

b. Tabel ***(2p)***

$t(s)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$A(cm)$	10	7,8	6,1	4,8	3,7	2,9	2,3	1,8	1,4	1,1	0,8
$f(t) = ln\frac{A_0}{A}$	0	0,248	0,494	0,734	0,994	1,237	1,469	1,715	1,966	2,207	2,525

Grafic ***(1p)***



$$b = \frac{ln\left(\frac{A_0}{A}\right)}{t} = (0{,}25 \pm 0{,}01)s^{-1} \qquad b \in [0{,}24; 0{,}26]s^{-1} \qquad (\mathbf{1p})$$

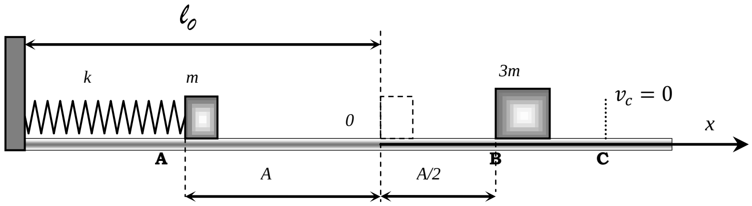
$$A = A_0 \cdot e^{-bt}$$
$$y = A \cdot sin(\omega t + \varphi_0); \ \ \omega = 2\pi$$
$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$
$$y = 10 \cdot e^{-0{,}25t} \cdot sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \ (cm) \qquad (\mathbf{1p})$$

c. $\boldsymbol{Q} = \frac{\frac{kA_k^2}{2}}{\frac{kA_k^2}{2} - \frac{kA_{k+1}^2}{2}} = \frac{A_k^2}{A_k^2 - A_{k+1}^2} = \frac{1}{1-e^{-2bt}} \cong 2.5 \qquad (\mathbf{1p})$

d. ***(2p)***

Oficiu (1p)

Subiectul 2 – Soluție și barem



a. Conservarea energiei mecanice din **A** până în **B**

$$\frac{k\cdot A^2}{2} = \frac{k\left(\frac{A}{2}\right)^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} \rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{k}{m}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}A$$ **(3p)**

b. În timpul ciocnirii se conservă impulsul

$$m\cdot v_1 = 4m\cdot v_2 \;\rightarrow v_2 = \frac{v_1}{4}$$ **(2p)**

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k}{4m}};\;\; \omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} \;\rightarrow\; \omega_2 = \frac{\omega_1}{2}$$ **(1p)**

c. Conservarea energiei mecanice din **B** până în **C**

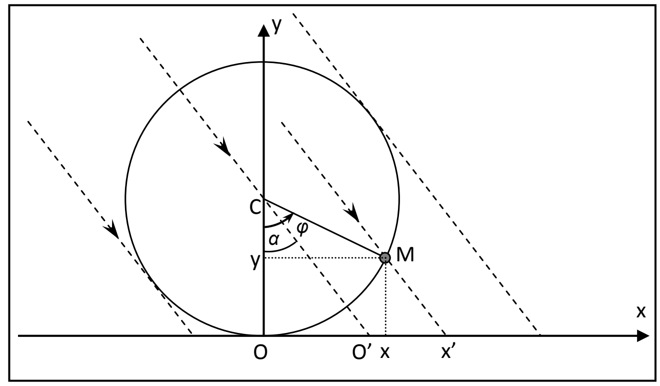
$$\frac{4m\cdot v_2^2}{2} + \frac{k\left(\frac{A}{2}\right)^2}{2} = \frac{kA_2^2}{2} \;\rightarrow\; A_2 = \frac{A\sqrt{7}}{4}$$ **(2p)**

$$\left\{\begin{matrix} x_2 = A_2 sin(\omega_2 t + \varphi_{02}) \\ v_2 = \omega_2 A_2 cos(\omega_2 t + \varphi_{02}) \end{matrix}\right. ; \quad \left.\begin{matrix} La\ t = 0 \rightarrow x_2 = \frac{A}{2} \rightarrow sin\varphi_{02} = \frac{2}{\sqrt{7}} \\ sau\;\; v_2 = \frac{v_1}{4} = \frac{1}{4}\omega_1\frac{\sqrt{3}}{2}A \;\rightarrow cos\varphi_{02} = \sqrt{\frac{3}{7}} \end{matrix}\right\}$$ **(1p)**

Oficiu (1p)

CLASA a XI - a * Rezolvări și bareme*

Subiectul 3 – Soluție și barem



A.

a. $\begin{cases} \alpha = 0 \\ x = R\sin\varphi = R\sin\omega t \end{cases}$ **(0,5p)**

b. $\alpha \neq 0$

Oscilația se realizează de o parte și de cealaltă a punctului $O'(x_0, 0)$ care reprezintă proiecția (umbra) centrului cercului pe axa Ox

$x_0 = OO' = R \cdot \text{tg}\,\alpha$ **(1p)**

$\text{tg}\,\alpha = \frac{x' - x}{y}$ **(1p)**

$\left.\begin{matrix} x = R\sin\varphi \\ y = R - R\cos\varphi \end{matrix}\right\}$ **(1p)**

$\begin{cases} x' - x = R(1-\cos\varphi)\cdot\text{tg}\,\alpha \\ x' = R\sin\omega t + R(1-\cos\varphi)\cdot\text{tg}\,\alpha \end{cases}$ **(1p)**

B.

a. $\omega_{disc} = \omega;\ y'_M = A\sin\omega t + A\sin\omega t = 2A\sin\omega t$ **(0,5p)**

$\omega_{disc} = 2\omega;\ y'_M = A\sin\omega t + A\sin 2\omega t = A(\sin\omega t + \sin 2\omega t)$ **(0,5p)**

b. $(\omega_{disc} = \omega) \rightarrow \begin{cases} y_M = 2A\sin\omega t = 2A\sqrt{1-\cos^2\omega t} \\ x_M = A\cos\omega t \ \rightarrow \cos\omega t = \frac{x_M}{A} = \frac{x}{A} \\ y_M = 2\sqrt{A^2 - x^2} \end{cases}$ **(0,5p)**

$(\omega_{disc} = 2\omega) \rightarrow \begin{cases} y_M = A(\sin\omega t + \sin 2\omega t) = A\sqrt{1-cos^2\omega t}(1 + 2\cos\omega t) \\ x_M = A\cos 2\omega t = A(2\cos^2\omega t - 1) \\ \cos^2\omega t = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{x}{A}\right) \\ y_M = A\sqrt{\frac{1}{2}\left(1 - \frac{x}{A}\right)} + \sqrt{A^2 - x^2} \end{cases}$ **(1p)**

c. $y'_M = A\sin\omega t(1 + 2\cos\omega t) = 0$, cu soluțiile date de:

$\begin{cases} \omega t = k\pi, \text{ de unde } t = k\frac{T}{2} \\ \omega t = \pm\frac{2\pi}{3} + 2k\pi, \text{ de unde } t = T\left(\pm\frac{1}{3} + k\right) \end{cases}$; $k = 0, 1, 2, .., T$ fiind perioada **(1p)**

Soluția este dată de reuniunea celor două mulțimi de valori ale lui t.

d. $y'_M = A(\sin\omega t + \sin 2\omega t)$ **(1p)**

Oficiu 1 punct