



# CONCURSUL NAȚIONAL DE FIZICĂ ”EVRIKA!”

ediția a XXXI-a  
CLASA a XII-a

BAREM de evaluare și notare

BRĂILA  
22-24 martie 2024

Pagina 1 din 16

Subiectul I: „Young”	Parțial	Punctaj
Subiectul 1		<b>10</b>
<b>a.</b>		2p
<p>Toată lentila este în câmpul de interferență al fantelor dacă marginea superioară a lentilei este în interiorul primului maxim de difracție al fantei de jos <math>S_2</math>.</p> <p>Primul minim de difracție respectă condiția: <math>\frac{1}{2} b_{max} \sin\alpha = \frac{1}{2} \lambda</math> (0,7p)</p>	0,7p	
Din geometria figurii $\sin\alpha = (R + l) / \sqrt{f^2 + (R + l)^2}$ (0,5p)	0,5p	
$b_{max} = \frac{\lambda \sqrt{f^2 + (R + l)^2}}{R + l}$ (0,5p)	0,5p	
$b_{max} \approx 11 \mu m$ (0,3p)	0,3p	
<b>b.</b>		5p
Fantele $S_1$ și $S_2$ sunt în planul focal imagine $-x_1 = -f$ , deci imaginile lor virtuale $S'_1$ și $S'_2$ sunt formate la	0,5p	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



# CONCURSUL NAȚIONAL DE FIZICĂ ”EVRIKA!”

**ediția a XXXI-a  
CLASA a XII-a**

**BRĂILA  
22-24 martie 2024**

**BAREM de evaluare și notare**

Pagina 2 din 16

$x_2 = \frac{fx_1}{f+x_1} = \frac{f}{2} (0, 5p)$		
cu $S'_1 S'_2 = 2l' = \beta \cdot 2l = l (0,5p)$	0,5p	
Interfranța pe ecranul situat în planul focal obiect este $i' = \lambda D' / 2l' (1p)$	1p	
$D' =  x_2  +  f  = \frac{3}{2} f  (0,5p)$ , $i' = 3\lambda f /2l (0,3p)$	0,3p	
$i' = 0,18 \text{ mm} (0,5p)$	0,5p	
Lățimea câmpului de interferență în planul focal obiect este $H = 3(2R - 2l') + 2l' = 6R - 4l' = 6R - 2l (0,5p)$	0,5p	
$K_{max} = [H/2i'] = [(6R - 2l)l/3\lambda f ] = 80 (0,7p)$	0,7p	
Numărul de franje de pe ecran este $N = 2K_{max} + 1 = 161 (0,5p)$	0,5p	
<b>c.</b>		2p
a) Pentru o sursă reală de semilățime spectrală $\Delta\lambda_{\frac{1}{2}}$ franjele sunt vizibile dacă $K_{max} = \lambda/\Delta\lambda_{\frac{1}{2}}$ relație obținută din condiția $K_{max}\lambda \geq (K_{max} - 1)(\lambda + \Delta\lambda_{\frac{1}{2}}) (1p)$	1p	
Obținem: $\Delta\lambda_{\frac{1}{2}} \leq \lambda/(K_{max} - 1) (0,5p)$	0,5p	
$\Delta\lambda_{\frac{1}{2}} \leq 7,6 \text{ nm} (0,5p)$ Observație: Condiția de vizibilitate poate fi scrisă și sub forma : $K_{max} \left( \lambda - \frac{\Delta\lambda_{\frac{1}{2}}}{2} \right) \geq (K_{max} - 1) \left( \lambda + \frac{\Delta\lambda_{\frac{1}{2}}}{2} \right)$ $\Delta\lambda_{\frac{1}{2}} \leq 7,6 \text{ nm}$	0,5p	
<b>Oficiu</b>		<b>1p</b>

<b>Subiectul II: „Fotoni, electroni și neutroni...”</b>	Parțial	Punctaj
<b>Subiectul II</b>		<b>10p</b>
<b>A.</b>		<b>3p</b>
Presupunem că fotonul este absorbit. Alegem un sistem de referință față de care, inițial, electronul este în repaus și cu axa Ox orientate pe direcția și în sensul mișcării fotonului incident. Scriem legile de conservare ale energiei și impulsului înainte și după absorbție:	1p	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



# CONCURSUL NAȚIONAL DE FIZICĂ ”EVRIKA!”

**ediția a XXXI-a  
CLASA a XII-a**

**BAREM de evaluare și notare**

**BRĂILA  
22-24 martie 2024**

Pagina 3 din 16

$hv + m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ $\frac{hv}{c} = \frac{m_0v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$		
<p>Eliminăm din cele două ecuații <math>hv</math> și obținem după câteva calcule elementare</p> $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 1 - \frac{v}{c}$	1p	
<p>ceea ce nu poate fi valabil decât dacă <math>\frac{v}{c} = 1</math> sau <math>\frac{v}{c} = 0</math>. În primul caz ar însemna că electronul capătă viteza luminii, iar în al doilea caz ar însemna că fotonul ar avea frecvența nulă. Niciunul din ele nu este posibil, deci ipoteza noastră este falsă, adică electronul liber nu poate absorbi un foton.</p>	1p	
<b>B.</b>		<b>3p</b>
<b>a)</b>	2p	
<p>Scriem legile de conservare ale energiei și impulsului pentru interacțiunea dintre pulsul luminos și oglindă, imediat înainte și după interacțiune. Sistemul de referință este al laboratorului, cu axa Ox orientată pe direcția și în sensul mișcării fotonului incident. Presupunem timpul de interacțiune <math>\Delta t \rightarrow 0</math>.</p> $\begin{cases} E = E' + \frac{1}{2}mv_0^2 \\ \frac{E}{c} = -\frac{E'}{c} + mv_0 \end{cases} \quad (0,5p)$		
<p>Eliminăm <math>E'</math>. Rezultă ecuația de gradul al doilea <math>v_0^2 + 2cv_0 - \frac{4E}{m} = 0</math> pentru care se ia doar soluția</p> $v_0 = \sqrt{c^2 + \frac{4E}{m}} - c \quad (0,25p)$ <p>Folosind valorile numerice, se observă că <math>\frac{4E}{mc^2} \ll 1</math>, deci se poate folosi aproximația <math>\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}</math>. În aceste condiții, soluția este</p> $v_0 \approx \frac{2E}{mc} \quad (1)$		
Numeric, se obține $v_0 \approx 0,5 \text{ cm} / \text{s}$ . (0,25p)		

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



# CONCURSUL NAȚIONAL DE FIZICĂ ”EVRIKA!”

**ediția a XXXI-a  
CLASA a XII-a**

**BAREM de evaluare și notare**

**BRĂILA  
22-24 martie 2024**

Pagina 4 din 16

<p>Conservarea energiei pentru „pendulul” oglindă suspendată este</p> $\frac{1}{2}mv_0^2 = mgl(1 - \cos \theta_{\max}) \quad (0,25p)$		
<p>Înlocuind aici <math>v_0</math> cu cel dat de formula (1) obținem</p> $\cos \theta_{\max} = 1 - \frac{2E^2}{m^2 c^2 gl} \quad (0,25p)$ <p>sau</p> $1 - 2 \sin^2 \frac{\theta_{\max}}{2} = 1 - \frac{2E^2}{m^2 c^2 gl}$		
<p>de unde</p> $\sin \frac{\theta_{\max}}{2} = \frac{E}{mc\sqrt{gl}} \quad (0,25p)$ <p>Deoarece <math>\frac{E}{mc\sqrt{gl}}</math> este de asemenea foarte mic, se poate folosi aproximația <math>\sin \alpha \approx \alpha (rad)</math> și rezultă</p> $\theta_{\max} \approx \frac{2E}{mc\sqrt{gl}} \quad (2)$		
<p>Numeric, se obține <math>\theta_{\max} \approx 0,005 rad \approx 17'</math>. (0,25p)</p>		
<b>b)</b>	<b>1p</b>	
<p>Energia fotonului după interacțiune rezultă din conservarea energiei</p> $E' = E - \frac{1}{2}m\left(\frac{2E}{mc}\right)^2 = E\left(1 - \frac{2E}{mc^2}\right) \quad (1p) \quad (3)$ <p>Energia fotonului reflectat este cu foarte puțin mai mică decât a celui incident. Variația relativă a energiei fotonului este</p> $\frac{E' - E}{E} = -\frac{2E}{mc^2} = -\frac{5}{3} \cdot 10^{-11}$		
<b>C.</b>		<b>3p</b>
<b>a)</b>	<b>1p</b>	
<p>a) Neutronii liberi au și o comportare ondulatorie. Lungimea de undă a undei asociate (de Broglie) este</p> $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2M_n E}} \quad (0,5p) \quad (4)$		
<p>Lanțul de nuclee se comportă ca o rețea de difracție. Deoarece detectorul este plasat la o distanță foarte mare de nuclee, unghiul sub care se văd de pe rețea două franje de interferență consecutive este (ca în optica ondulatorie):</p>		

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



# CONCURSUL NAȚIONAL DE FIZICĂ ”EVRIKA!”

**ediția a XXXI-a  
CLASA a XII-a**

**BAREM de evaluare și notare**

**BRĂILA  
22-24 martie 2024**

Pagina 5 din 16

$\theta_{\text{int}} \sim \frac{\lambda}{l}$ <p>iar unghiul caracteristic de difracție va fi</p> $\theta_{\text{dif}} \sim \frac{\lambda}{d}$ <p><math>d</math> fiind dimensiunea obstacolului (nucleului). (0,25p)</p>		
<p>Din formula (4) se vede că dacă se mărește energia neutronilor incidenti, atunci lungimea de undă a undei asociate scade și <math>\theta_{\text{int}}</math> scade, deci scade interfranja. Prin urmare franjele se apropie unele de altele. Dacă <math>E</math> scade atunci, franjele se îndepărtează una de alta. Figura de interferență (difracție) se micșorează sau se apropie pe ansamblu (global), dar pozițiile relative ale franjelor de interferență și difracție nu se modifică. (0,25p)</p> <p>Deci, dacă detectorul rămâne fixat, se va produce o variație a numărului de neutroni prin detector, deoarece maximele principale (de difracție) și cele secundare (de interferență) „defilează” prin fața detectorului</p>		
<p><b>b)</b></p> <p>Rețeaua de difracție formată din lanțul de nuclee are „constanta rețelei de difracție” egală cu <math>l</math>. Fiindcă unghiul <math>\theta</math> corespunde primului maxim de difracție, condiția de maxim se scrie</p> $l \sin \theta = \lambda \quad (0,5p)$ <p>Folosind formula (3), se obține</p> $l = \frac{h}{(\sin \theta) \sqrt{2M_n E_1}}$ <p>Înlocuind valorile numerice, rezultă <math>l \approx 2 \cdot 10^{-10} \text{ m}</math>. (0,5p)</p>	1p	
<p><b>c)</b></p> <p>Deoarece <math>l &gt; d</math>, figura de interferență este mult mai mare decât figura de difracție. Interferența se materializează ca o modulație a intensității luminoase în interiorul fiecărei franje de difracție. Lucrurile se schimbă când <math>\lambda</math> devine de același ordin de mărime ca <math>l</math>, cu alte cuvinte când energia neutronilor devine</p> $E = \frac{h^2}{2M_n \lambda^2} = \frac{h^2}{2M_n l^2} = \frac{h^2}{2M_n \frac{h^2}{2M_n E_1 \sin^2 \theta}} = E_1 \sin^2 \theta = \frac{E_1}{4} = 3,25 \cdot 10^{-21} \text{ J}.$ <p style="text-align: center;">(0,75p)</p> <p>Pentru energii ale neutronilor mai mici decât această valoare figura de difracție se alterează și rămâne practic preponderentă figura de interferență ca în cazul experienței lui Young. (0,25p)</p>	1p	
<b>Oficiu</b>		<b>1</b>

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



# CONCURSUL NAȚIONAL DE FIZICĂ ”EVRIKA!”

ediția a XXXI-a  
CLASA a XII-a

**BAREM de evaluare și notare**

BRĂILA  
22-24 martie 2024

Pagina 6 din 16

Subiectul III: – „Protonul relativist”	Parțial	Total
		<b>10,00 p</b>
<b>a)</b>	<b>2,00</b>	
<p>În acord cu notațiile din figura 3, pentru mișcarea protonului în câmpul electric uniform dintre plăcile condensatorului, rezultă:</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p style="text-align: center;"><b>Fig. 1</b></p> $\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y; \quad \vec{v}^2 = v_x^2 + v_y^2;$ $\vec{p} = \vec{p}_x + \vec{p}_y; \quad p^2 = p_x^2 + p_y^2;$ $\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d\vec{p}_x}{dt} + \frac{d\vec{p}_y}{dt} = q\vec{E};$ $\vec{F}_x = \frac{d\vec{p}_x}{dt} = 0; \quad \vec{p}_x = \vec{p}_0 = \text{constant}; \quad p_x = p_0;$ $\vec{F}_y = \frac{d\vec{p}_y}{dt} = q\vec{E}; \quad d\vec{p}_y = q\vec{E} dt; \quad dp_y = qE dt; \quad p_y = qEt,$ <p>astfel încât mișcarea protonului se face în planul XOY, adică în planul determinat de vectorii <math>(\vec{E}; \vec{p}_0)</math> <span style="float: right;">(0,5p)</span></p> <p>Corespunzător unui moment oarecare, <math>t</math>, când viteza protonului este <math>\vec{v}</math>, așa cum indică desenul din figura 3, impulsul și energia protonului sunt date de expresiile:</p> $\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \vec{v} = \gamma \cdot m_0 \vec{v}; \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}};$		

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



# CONCURSUL NAȚIONAL DE FIZICĂ ”EVRIKA!”

ediția a XXXI-a  
CLASA a XII-a

BRĂILA  
22-24 martie 2024

BAREM de evaluare și notare

Pagina 7 din 16

$$W = mc^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} c^2 = \gamma m_0 c^2,$$

astfel încât:

$$\vec{p} = m\vec{v} = m\vec{v} \frac{c^2}{c^2} = mc^2 \cdot \frac{\vec{v}}{c^2} = W \cdot \frac{\vec{v}}{c^2};$$

$$\vec{v} = \frac{c^2 \vec{p}}{W} = \vec{v}_x + \vec{v}_y = \frac{c^2}{W} (\vec{p}_x + \vec{p}_y),$$

reprezentând viteza protonului, la momentul  $t$ , atunci când componentele acesteia sunt:

$$v_x = \frac{c^2 p_x}{W} = \frac{c^2 p_0}{W}; \quad v_y = \frac{c^2 p_y}{W} = \frac{c^2 qEt}{W},$$

unde  $W$ , energia protonului la momentul  $t$ , este dată de expresia:

$$W = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

din care, știind că impulsul protonului, la momentul  $t$ , este dat de expresia:

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

rezultă:

$$p^2 = \frac{m_0^2 v^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}; \quad p^2 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = m_0^2 v^2;$$

$$p^2 - p^2 \frac{v^2}{c^2} = m_0^2 v^2; \quad p^2 = p^2 \frac{v^2}{c^2} + m_0^2 v^2;$$

$$p^2 = v^2 \left( m_0^2 + \frac{p^2}{c^2} \right); \quad v^2 = \frac{p^2}{m_0^2 + \frac{p^2}{c^2}};$$

$$W = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



# CONCURSUL NAȚIONAL DE FIZICĂ ”EVRIKA!”

ediția a XXXI-a  
CLASA a XII-a

BRĂILA  
22-24 martie 2024

**BAREM de evaluare și notare**

Pagina 8 din 16

$$W^2 = \frac{m_0^2 c^4}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{m_0^2 c^4}{1 - \frac{p^2}{c^2 \left( m_0^2 + \frac{p^2}{c^2} \right)}} = \frac{m_0^2 c^4}{1 - \frac{p^2}{m_0^2 c^2 + p^2}};$$

$$W^2 = \frac{m_0^2 c^4 \cdot (m_0^2 c^2 + p^2)}{m_0^2 c^2 + p^2 - p^2}; \quad W^2 = \frac{m_0^2 c^4 \cdot (m_0^2 c^2 + p^2)}{m_0^2 c^2};$$

$$W^2 = c^2 \cdot (m_0^2 c^2 + p^2); \quad W^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2;$$

$$W = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2}; \quad (0,25p)$$

$$\vec{p} = \vec{p}_x + \vec{p}_y; \quad \vec{p}_x = \vec{p}_1; \quad p_x = p_0; \quad \vec{p}_y = q\vec{E}t; \quad p_y = qEt;$$

$$p^2 = p_x^2 + p_y^2; \quad p^2 = p_0^2 + q^2 E^2 t^2;$$

$$W = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2};$$

$$W = \sqrt{m_0^2 c^4 + (p_0^2 + q^2 E^2 t^2) c^2};$$

$$W = \sqrt{m_0^2 c^4 + p_0^2 c^2 + q^2 E^2 c^2 t^2};$$

$$W_0 = \sqrt{m_0^2 c^4 + p_0^2 c^2}; \quad m_0^2 c^4 + p_0^2 c^2 = W_0^2;$$

$$W = \sqrt{W_0^2 + q^2 E^2 c^2 t^2};$$

$$W = W_0 \cdot \sqrt{1 + \frac{q^2 E^2 c^2}{W_0^2} t^2}; \quad W(t) = W_0 \cdot \sqrt{1 + k^2 t^2};$$

$$k = \frac{qEc}{W_0}; \quad W = W_0 \cdot \sqrt{1 + k^2 t^2}. \quad (0,5p)$$

În aceste condiții, rezultă:

$$v_x = \frac{c^2 p_0}{W}; \quad v_x = \frac{c^2 p_0}{W_0 \cdot \sqrt{1 + k^2 t^2}}; \quad (0,25p)$$

$$v_y = \frac{c^2 qEt}{W}; \quad v_y = \frac{c^2 qEt}{W_0 \cdot \sqrt{1 + k^2 t^2}} = \frac{kct}{\sqrt{1 + k^2 t^2}} \quad (0,25p)$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\frac{c^4 p_0^2}{W_0^2 (1 + k^2 t^2)} + \frac{c^4 q^2 E^2 t^2}{W_0^2 (1 + k^2 t^2)}};$$

$$v = \frac{c^2}{W_0} \cdot \sqrt{\frac{p_0^2 + q^2 t^2}{1 + k^2 t^2}}. \quad (0,25p)$$

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.





# CONCURSUL NAȚIONAL DE FIZICĂ ”EVRIKA!”

**ediția a XXXI-a  
CLASA a XII-a**

**BRĂILA  
22-24 martie 2024**

**BAREM de evaluare și notare**

Pagina 9 din 16

b)	2,00	
<p>1. Din expresiile anterioare, prin integrare, se obțin ecuațiile parametriche ale traiectoriei protonului, în câmpul electric dintre armăturile condensatorului:</p> $v_x = \frac{dx}{dt}; \quad dx = v_x dt = \frac{c^2 p_0}{W_0 \cdot \sqrt{1+k^2 t^2}} dt;$ $x(t) = \int v_x dt = \frac{c^2 p_0}{W_0} \int \frac{dt}{\sqrt{1+k^2 t^2}} = \frac{c^2 p_0}{W_0 k} \int \frac{k dt}{\sqrt{1+(kt)^2}} = \frac{c^2 p_0}{W_0 a} \int \frac{d(kt)}{\sqrt{1+(kt)^2}};$ $\int \frac{d(kt)}{\sqrt{1+k^2 t^2}} = \ln kt + \sqrt{1+k^2 t^2} ;$ $x(t) = \frac{c^2 p_0}{W_0 k} \cdot \ln kt + \sqrt{1+k^2 t^2} ; \quad k = \frac{qEc}{W_0}; \quad W_0 = \frac{qEc}{k};$ $x(t) = \frac{c^2 p_0}{W_0 \frac{qEc}{W_0}} \cdot \ln kt + \sqrt{1+k^2 t^2}  + C_1;$ $t = 0; \quad x = 0; \quad C_1 = 0;$ $x(t) = \frac{c^2 p_0}{W_0 \frac{qEc}{W_0}} \cdot \ln kt + \sqrt{1+k^2 t^2} ;$ $x(t) = \frac{c p_0}{qE} \cdot \ln kt + \sqrt{1+k^2 t^2} ; \quad (0,5p)$ $v_y = \frac{c^2 p_y}{W} = \frac{c^2 qEt}{W};$ $v_y = \frac{dy}{dt}; \quad dy = v_y dt = \frac{c^2 qEt}{W_0 \cdot \sqrt{1+k^2 t^2}} dt;$ $y(t) = \int v_y dt = \frac{c^2 qE}{W_0} \int \frac{t dt}{\sqrt{1+k^2 t^2}};$ $1+k^2 t^2 = u^2; \quad 2k^2 t dt = 2u du; \quad k^2 t dt = u du;$ $t dt = \frac{1}{k^2} u du;$ $y(t) = \frac{c^2 qE}{W_0} \int \frac{\frac{1}{k^2} u du}{\sqrt{u^2}} = \frac{c^2 qE}{W_0} \frac{1}{k^2} \int du;$		

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



# CONCURSUL NAȚIONAL DE FIZICĂ ”EVRIKA!”

ediția a XXXI-a  
CLASA a XII-a

BRĂILA  
22-24 martie 2024

BAREM de evaluare și notare

Pagina 10 din 16

$$y(t) = \frac{c^2 qE}{W_0 k^2} u; \quad u = \sqrt{1 + k^2 t^2}; \quad y(t) = \frac{c^2 qE}{W_0 k^2} \cdot \sqrt{1 + k^2 t^2} + C_2;$$

$$t = 0; \quad y = 0; \quad C_2 = -\frac{c^2 qE}{W_0 k^2}; \quad k = \frac{qEc}{W_0};$$

$$C_2 = -\frac{c^2 qE W_0^2}{W_0 q^2 E^2 c^2} = -\frac{W_0}{qE};$$

$$y(t) = \frac{c^2 qE}{W_0 k^2} \cdot \sqrt{1 + k^2 t^2} - \frac{W_0}{qE};$$

$$y(t) = \frac{c^2 qE W_0^2}{W_0 q^2 E^2 c^2} \cdot \sqrt{1 + k^2 t^2} - \frac{W_0}{qE}; \quad y(t) = \frac{W_0}{qE} \cdot \sqrt{1 + a^2 t^2} - \frac{W_0}{qE};$$

$$y(t) = \frac{W_0}{qE} (\sqrt{1 + k^2 t^2} - 1); \quad (0,5p)$$

reprezentând ecuațiile parametriche relativiste ale traiectoriei protonului, în spațiul dintre armăturile condensatorului.

$$x(t) = \frac{cp_0}{qE} \cdot \ln |kt + \sqrt{1 + k^2 t^2}|; \quad y(t) = \frac{W_0}{qE} (\sqrt{1 + k^2 t^2} - 1);$$

$$\sqrt{1 + (kt)^2} - 1 = \frac{qEy}{W_0}; \quad \sqrt{1 + (kt)^2} = 1 + \frac{qEy}{W_0};$$

$$1 + (kt)^2 = \left(1 + \frac{qEy}{W_0}\right)^2; \quad (kt)^2 = \left(1 + \frac{qEy}{W_0}\right)^2 - 1; \quad 1 + (kt)^2 = \left(1 + \frac{qEy}{W_0}\right)^2;$$

$$\sqrt{1 + (kt)^2} = 1 + \frac{qEy}{W_0};$$

$$x(t) = \frac{cp_0}{qE} \cdot \ln |kt + \sqrt{1 + k^2 t^2}|; \quad \ln |kt + \sqrt{1 + k^2 t^2}| = \frac{qEx}{cp_0};$$

$$kt + \sqrt{1 + (kt)^2} = e^{qEx/cp_0};$$

$$1 + (kt)^2 = \left(1 + \frac{qEy}{W_0}\right)^2; \quad (kt)^2 = \left(1 + \frac{qEy}{W_0}\right)^2 - 1;$$

$$kt = \sqrt{\left(1 + \frac{qEy}{W_0}\right)^2 - 1};$$

$$\sqrt{1 + (kt)^2} = \sqrt{1 + \left(1 + \frac{qEy}{W_0}\right)^2 - 1} = \sqrt{\left(1 + \frac{qEy}{W_0}\right)^2} = 1 + \frac{qEy}{W_0};$$

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



# CONCURSUL NAȚIONAL DE FIZICĂ ”EVRIKA!”

ediția a XXXI-a  
CLASA a XII-a

**BAREM de evaluare și notare**

**BRĂILA**  
22-24 martie 2024

Pagina 11 din 16

$kt + \sqrt{1 + (kt)^2} = e^{qEx/cp_0};$ $\sqrt{\left(1 + \frac{qEy}{W_0}\right)^2} - 1 + 1 + \frac{qEy}{W_0} = e^{qEx/cp_0};$ $\sqrt{\left(1 + \frac{qEy}{W_0}\right)^2} - 1 = e^{qEx/cp_0} - \left(1 + \frac{qEy}{W_0}\right);$ $\left(1 + \frac{qEy}{W_0}\right)^2 - 1 = e^{2qEx/cp_0} - 2e^{qEx/cp_0} \left(1 + \frac{qEy}{W_0}\right) + \left(1 + \frac{qEy}{W_0}\right)^2;$ $-1 = e^{2qEx/cp_0} - 2e^{qEx/cp_0} \left(1 + \frac{qEy}{W_0}\right);$ $1 + e^{2qEx/cp_0} = 2e^{qEx/cp_0} \left(1 + \frac{qEy}{W_0}\right);$ $1 + \frac{qEy}{W_0} = \frac{1 + e^{2qEx/cp_0}}{2e^{qEx/cp_0}};$ $1 + \frac{qEy}{W_0} = \frac{e^{-qEx/cp_0} + e^{qEx/cp_0}}{2}; \quad 1 + \frac{qEy}{W_0} = \frac{e^{qEx/cp_0} + e^{-qEx/cp_0}}{2};$ $1 + \frac{qEy}{W_0} = \operatorname{ch}\left(\frac{qEx}{cp_0}\right); \quad \frac{qEy}{W_0} = \operatorname{ch}\left(\frac{qEx}{cp_0}\right) - 1;$ $y = \frac{W_0}{qE} \left[ \operatorname{ch}\left(\frac{qEx}{cp_0}\right) - 1 \right], \quad (1p)$ <p>reprezentând forma analitică relativistă a ecuației traiectoriei protonului, <math>y = f(x)</math>.</p>			
<b>c)</b>			<b>2,00</b>
<p><b>I.</b> Pentru <math>x = L</math>, rezultă:</p> $t = T; \quad x(t) = \frac{cp_0}{qE} \cdot \ln \left  kt + \sqrt{1 + k^2 t^2} \right ;$ $x(T) = \frac{cp_0}{qE} \cdot \ln \left  kT + \sqrt{1 + k^2 T^2} \right  = L;$ $\ln \left  kT + \sqrt{1 + k^2 T^2} \right  = \frac{qEL}{cp_0};$			

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



# CONCURSUL NAȚIONAL DE FIZICĂ ”EVRIKA!”

ediția a XXXI-a  
CLASA a XII-a

BRĂILA  
22-24 martie 2024

BAREM de evaluare și notare

Pagina 12 din 16

$$\begin{aligned}
 kT + \sqrt{1 + (kT)^2} &= e^{qEL/cp_0}; \quad \sqrt{1 + (kT)^2} = e^{qEL/cp_0} - kT; \\
 1 + (kT)^2 &= e^{2qEL/cp_0} - 2kTe^{qEL/cp_0} + (kT)^2; \\
 1 &= e^{2qEL/cp_0} - 2kTe^{qEL/cp_0}; \quad 2kTe^{qEL/cp_0} = e^{2qEL/cp_0} - 1; \\
 T &= \frac{1}{2k} \frac{e^{2qEL/cp_0} - 1}{e^{qEL/cp_0}} = \frac{1}{k} \frac{e^{qEL/cp_0} - e^{-qEL/cp_0}}{2}; \\
 T &= \frac{1}{k} \cdot \text{sh}\left(\frac{qEL}{cp_0}\right); \quad k = \frac{qEc}{W_0}; \quad T = \frac{W_0}{qEc} \cdot \text{sh}\left(\frac{qEL}{cp_0}\right). \quad (1p)
 \end{aligned}$$

2.

### Metoda 1

Din ecuația traiectoriei protonului, în formă relativistă, stabilită anterior, rezultă:

$$\begin{aligned}
 y &= \frac{W_0}{qE} \left[ \text{ch}\left(\frac{qEx}{cp_0}\right) - 1 \right]; \\
 \text{tg } \theta &= \left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=L} = \frac{W_0}{qE} \cdot \frac{d}{dx} \left[ \text{ch}\left(\frac{qEx}{cp_0}\right) - 1 \right]_{x=L} = \frac{W_0}{qE} \cdot \frac{d}{dx} \left[ \text{ch}\left(\frac{qEx}{cp_0}\right) \right]_{x=L}; \\
 \text{tg } \theta &= \frac{W_0}{qE} \cdot \frac{qE}{cp_0} \left[ \text{sh}\left(\frac{qEx}{cp_0}\right) \right]_{x=L}; \quad \text{tg } \theta = \frac{W_0}{qE} \cdot \frac{qE}{cp_0} \text{sh}\left(\frac{qEL}{cp_0}\right); \\
 \text{tg } \theta &= \frac{W_0}{cp_0} \cdot \text{sh}\left(\frac{qEL}{cp_0}\right). \quad (1p)
 \end{aligned}$$

### Metoda 2

Din figura 1 rezultă:

$$\begin{aligned}
 \text{tg } \theta &= \left( \frac{v_y}{v_x} \right)_{x=L; t=T} = \frac{V_y}{V_x}; \\
 v_x &= \frac{c^2 p_0}{W_0 \cdot \sqrt{1 + k^2 t^2}}; \quad v_y = \frac{c^2 qEt}{W_0 \cdot \sqrt{1 + k^2 t^2}}; \quad T = \frac{W_0}{qEc} \cdot \text{sh}\left(\frac{qEL}{cp_0}\right); \\
 \text{tg } \theta &= \left( \frac{\frac{c^2 qEt}{W_0 \cdot \sqrt{1 + (kt)^2}}}{\frac{c^2 p_0}{W_0 \cdot \sqrt{1 + (kt)^2}}} \right)_{x=L; t=T}; \quad \text{tg } \theta = \left( \frac{qEt}{p_0} \right)_{t=T}; \quad \text{tg } \theta = \frac{qET}{p_0}; \\
 T &= \frac{W_0}{qEc} \cdot \text{sh}\left(\frac{qEL}{cp_0}\right); \quad \text{tg } \theta = \frac{qE}{p_0} \cdot \frac{W_0}{qEc} \cdot \text{sh}\left(\frac{qEL}{cp_0}\right); \quad \text{tg } \theta = \frac{W_0}{cp_0} \cdot \text{sh}\left(\frac{qEL}{cp_0}\right).
 \end{aligned}$$

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



# CONCURSUL NAȚIONAL DE FIZICĂ ”EVRIKA!”

ediția a XXXI-a  
CLASA a XII-a

BRĂILA  
22-24 martie 2024

BAREM de evaluare și notare

Pagina 13 din 16

<b>B. d)</b>	<b>3,00</b>	
<p>1. Se știe că forța Lorentz, care acționează asupra unui corp punctiform electricizat, aflat în mișcare, într-un câmp magnetic, modifică numai orientarea, nu și modul vectorului viteză. Ca urmare, dacă într-un moment oarecare, <math>t</math>, viteza protonului, în câmpul magnetic, este <math>\vec{v} \neq \vec{v}_0</math>, deși <math>v = v_0</math>, aceasta numai deoarece orientarea vectorului <math>\vec{v}</math> este diferită de orientarea vectorului <math>\vec{v}_0</math>.</p> <p>Într-adevăr, într-un anumit moment, când protonul se află în câmpul magnetic dintre polii electromagnetului, asupra protonului acționează forța Lorentz:</p> $\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B},$ <p>lucrul mecanic elementar al acestei forțe, în acord cu teorema variației energie cinetice, fiind:</p> $dE_c = \vec{F}_L \cdot d\vec{r} = \vec{F}_L \cdot \vec{v} \cdot dt,$ <p>astfel încât:</p> $\frac{dE_c}{dt} = \vec{F}_L \cdot \vec{v} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{v};$ $\frac{dE_c}{dt} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{v};$ $\vec{v} \times \vec{B} = \vec{w}; \quad \vec{w} \perp (\vec{v}; \vec{B}); \quad \vec{w} \perp \vec{v}; \quad \vec{w} \perp \vec{B};$ $\frac{dE_c}{dt} = q \cdot (\vec{w} \cdot \vec{v}) = q \cdot (w \cdot v \cdot \cos 90^\circ) = 0; \quad E_c = \text{constant};$ <p>Energia cinetică relativistă, fiind:</p> $E_c = mc^2 - m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0c^2 = m_0c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right);$ <p style="text-align: center;"><math>v = v_0;</math></p> $E_c = m_0c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} - 1 \right);$ <p>astfel încât, energia totală a protonului relativist, în câmp magnetic, este:</p>		

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



# CONCURSUL NAȚIONAL DE FIZICĂ ”EVRIKA!”

ediția a XXXI-a  
CLASA a XII-a

BRĂILA  
22-24 martie 2024

BAREM de evaluare și notare

Pagina 14 din 16

$$W = m_0 c^2 + E_c = m_0 c^2 + m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} - 1 \right);$$

$$W = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} = m c^2,$$

reprezentând energia totală relativistă a protonului, în câmpul magnetic, mărime independentă de inducția câmpului magnetic,  $\vec{B}$ ;

$$p = m \cdot v = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} \cdot v_0 = \frac{p_0}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}},$$

reprezentând impulsul protonului, în câmpul magnetic, mărime independentă de inducția câmpului magnetic,  $\vec{B}$ .

*Câmpul magnetic uniform, cu inducția magnetică  $\vec{B}$ , nu are nici o influență asupra energiei totale relativiste a protonului și nici asupra modulului impulsului relativist al protonului.* (1p)

2. În aceste condiții, mișcarea protonului relativist, în câmpul magnetic uniform, este identică cu mișcarea protonului ”clasic”, într-un câmp magnetic uniform, adică traiectoria este tot o spirală circulară, așa cum indică desenul din figura 4, dar cu altă rază și cu alt pas.

Rezultă:

$$\vec{F}_L = q \cdot (\vec{v}_0 \times \vec{B}) = q \cdot [(\vec{v}_{0y} + \vec{v}_{0z}) \times \vec{B}] = q \cdot (\vec{v}_{0y} \times \vec{B}) + q \cdot (\vec{v}_{0z} \times \vec{B});$$

$$\vec{v}_{0y} \perp \vec{B}; \vec{v}_{0z} // \vec{B}; v_{0y} = v_0 \cdot \sin \theta_0; v_{0z} = v_0 \cdot \cos \theta_0;$$

$$\vec{F}_L = q \cdot (\vec{v}_{0y} \times \vec{B}); F_L = q \cdot v_{0y} \cdot B \cdot \sin 90^\circ = q \cdot v_{0y} \cdot B = q \cdot v_0 \cdot \sin \theta_0 \cdot B;$$

$$\vec{F}_L \perp \vec{v}_{0y}; \vec{F}_L \perp \vec{B}; \vec{F}_L \equiv \vec{F}_{cp}; F_{cp} = \frac{m v_{0y}^2}{r} = \frac{m \cdot v_0^2 \cdot \sin^2 \theta_0}{r};$$

$$F_L = F_{cp}; q \cdot v_0 \cdot \sin \theta_0 \cdot B = \frac{m \cdot v_0^2 \cdot \sin^2 \theta_0}{r}; m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}};$$

$$q \cdot B = \frac{m \cdot v_0 \cdot \sin \theta_0}{r}; m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}};$$

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



# CONCURSUL NAȚIONAL DE FIZICĂ ”EVRIKA!”

ediția a XXXI-a  
CLASA a XII-a

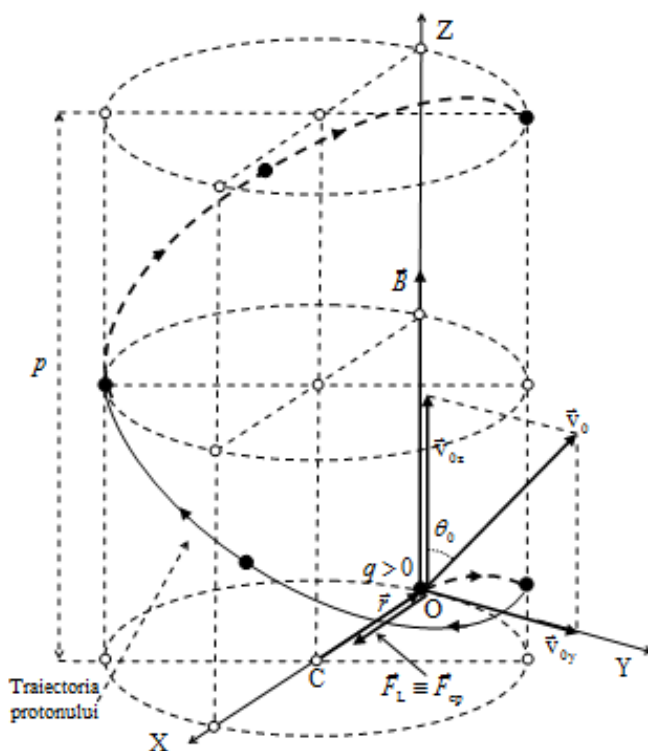
**BAREM de evaluare și notare**

**BRĂILA**  
22-24 martie 2024

Pagina **15** din 16

$$q \cdot B = \frac{m_0 \cdot v_0 \cdot \sin \theta_0}{r \cdot \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}; \quad r = \frac{m_0 \cdot v_0 \cdot \sin \theta_0}{q \cdot B \cdot \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}, \quad (1p)$$

reprezentând raza spiralei circulare a traiectoriei protonului relativist în câmpul magnetic uniform.



**Fig. 4**

Pasul spiralei circulare a traiectoriei protonului este:

$$p = v_{0z} \cdot T,$$

unde  $T$  este perioada deplasării protonului pe orbita sa, adică:

$$T = \frac{2\pi \cdot r}{v_{0y}} = \frac{2\pi}{v_0 \cdot \sin \theta_0} \cdot \frac{m_0 \cdot v_0 \cdot \sin \theta_0}{q \cdot B \cdot \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}};$$

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



# CONCURSUL NAȚIONAL DE FIZICĂ ”EVRIKA!”

ediția a XXXI-a  
CLASA a XII-a

BAREM de evaluare și notare

BRĂILA  
22-24 martie 2024

Pagina 16 din 16

$T = \frac{2\pi \cdot m_0 \cdot \sin \theta_0}{q \cdot B \cdot \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}; v_{oy} = v_0 \cdot \sin \theta_0; v_{oz} = v_0 \cdot \cos \theta_0;$ $p = \frac{2\pi \cdot m_0 \cdot v_0 \cdot \sin \theta_0 \cdot \cos \theta_0}{q \cdot B \cdot \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}; p = \frac{\pi \cdot m_0 \cdot v_0 \cdot \sin 2\theta_0}{q \cdot B \cdot \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}. \quad (1p)$		
<b>Oficiu</b>	<b>1,00</b>	

*Barem propus de:*

*Prof. Jean-Marius ROTARU, Colegiul Național Iași*

*Prof. Liviu ARICI, Colegiul Național Nicolae Bălcescu, Brăila*

*Prof. dr. Mihail SANDU, Liceul Tehnologic de Turism Călimănești*

*Coordonator clasă: prof. Liviu BLANARIU, CNPEE, București*

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.