



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Bacău 2022
Barem de evaluare

XII

Subiectul 1. Membrane acustice ...

(10 puncte)

	Barem Subiectul 1	Parțial	Total
a.	În cazul de față: $F = S\Delta p$ unde Δp este variația de presiune din cavitatea cu aer datorată vibrației membranei.	0,25	3
	Aerul din cavitate, în timpul oscilației membranei, suferă un proces adiabatic, caracterizat de ecuația: $p_0 V_0^\gamma = (p_0 + \Delta p)(V_0 - \Delta V)^\gamma$ unde: p_0 și p sunt presiunile aerului din cavitate în cursul procesului adiabatic; V_0 și V sunt volumele aerului din cavitate, iar γ este exponentul adiabatic.	0,25	
	Dar $\Delta V = Sx,$ unde x este deplasarea membranei în timpul vibrației.	0,25	
	Rezultă: $\Delta p = \frac{p_0 V_0^\gamma - p_0 (V_0 - Sx)^\gamma}{(V_0 - Sx)^\gamma}$ unde: p_0 este presiunea atmosferică, iar $V_0 = SD$ reprezintă volumul aerului în condițiile inițiale.	0,25	
	Ajungem la: $\Delta p = p_0 \left[\left(\frac{V_0}{V_0 - Sx} \right)^\gamma - 1 \right] \Leftrightarrow \Delta p = p_0 \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{x}{D} \right)^\gamma} - 1 \right]$	0,50	
	Deoarece $\frac{x}{D} \ll 1$ se poate scrie: $\left(1 - \frac{x}{D} \right)^{-\gamma} = 1 + \gamma \frac{x}{D}$	0,25	
	Deci: $\Delta p = \frac{\rho_0 x}{D}$	0,25	
	Obținem: $F = \frac{\rho_0 S x}{D} = kx$ unde: $k = \frac{\rho_0 S}{D}$	0,25	
	Se observă că F este o forță de tip elastic: $\vec{F} = -k\vec{x}$	0,25	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Bacău 2022
Barem de evaluare

XII

	<p>Dar:</p> $c = \sqrt{\frac{p_0 \gamma}{\rho_0}}$		
	<p>Deci:</p> $k = \frac{c^2 \rho_0 S}{D}$	0,25	
	<p>Numeric:</p> $k = 2,25 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$	0,25	
b.	<p>Deoarece:</p> $R = -kx = Ma \Rightarrow Ma + kx = 0$	0,50	3
	<p>Ecuția dinamică a oscilatorului este:</p> $M \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = 0$	0,50	
	<p>Soluția ecuației dinamice a oscilatorului este:</p> $x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$	0,25	
	$M\omega^2 = k = \frac{\rho_0 S}{D}$	0,25	
	<p>Pulsația oscilatorului este:</p> $\omega = \sqrt{\frac{k}{M}} \Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{\rho_0 S}{MD}}$	0,25	
	<p>Frecvența proprie a oscilatorului este:</p> $f = \frac{\omega}{2\pi}$	0,25	
	<p>Deci:</p> $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\gamma \frac{\rho_0 S}{MD}}$	0,25	
	<p>În cavitate, viteza de propagare a sunetului este dată de relația:</p> $c = \sqrt{\frac{p_0 \gamma}{\rho_0}}$	0,25	
	<p>Frecvența proprie a oscilatorului devine:</p> $f = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho_0 S}{MD}}$	0,25	
	<p>unde: ρ_0 este densitatea aerului.</p>		
	<p>Numeric:</p> $f = 195,11 \text{ Hz}$	0,25	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Bacău 2022
Barem de evaluare

XII

	<p>Pentru a deduce cât din masa de aer din cavitate este antrenată cu membrana în mișcarea oscilatorie se folosește un modelul de oscilator prezentat în desenul din Figura 1.1.R, unde:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ℓ_0 – lungimea inițială a componentei elastice căreia corespunde alungirea x_0; • da – elementul de lungime corespunzătoare elementului de masă dm; • a – lungimea inițială până la elementul de masă dm căreia corespunde alungirea x; • m – masa componentei elastice; • M – masa membranei. 	0,50	
	<p>Figura 1.1.R</p> <p>Ținând seama de legea lui Hooke, între alungirile lungimilor inițiale se stabilește următoarea relație:</p> $x = \frac{x_0 a}{\ell_0}$		
c.	<p>Energia totală a oscilatorului este dată de relația:</p> $E = E_c + E_p$	0,25	4
	<p>Sau:</p> $E = \frac{kA^2}{2} = E_{c \max} = E_{p \max}$ <p>unde A reprezintă amplitudinea mișcării.</p>	0,25	
	<p>La calcularea energiei cinetice se ia în considerare atât energia cinetică a corpului masei M, cât și energia cinetică care corespunde „resortului” cu masa m. Energia cinetică, E_{c1}, care corespunde masei „resortului”, m, distribuită uniform, se calculează pornind de la relația:</p> $dE_{c1} = \frac{dm}{2} \dot{x}^2 \Leftrightarrow dE_{c1} = \frac{1}{2} \frac{m}{\ell_0} da \frac{a^2}{\ell_0^2} \dot{x}_0^2,$ <p>unde:</p> <ul style="list-style-type: none"> • dm – masa elementară corespunzătoare elementului de lungime da; • dE_{c1} – energia cinetică elementară corespunzătoare elementului de masă dm; • $\dot{x}_0 \equiv v_0 = \frac{dx_0}{dt}$ – viteza corespunzătoare alungirii x_0; • $\dot{x} \equiv v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} \left(x_0 \frac{a}{\ell} \right) = v_0 \frac{a}{\ell}$ – viteza corespunzătoare alungirii x. 	0,25	
	<p>Integrând se obține:</p> $E_{c1} = \frac{1}{2} \frac{m \dot{x}_0^2}{\ell_0^3} \int_0^{\ell_0} a^2 da = \frac{1}{2} \frac{m}{3} \dot{x}_0^2 \Leftrightarrow E_{c1} = \frac{1}{2} m_{echivalent} \dot{x}_0^2$	0,25	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Bacău 2022
Barem de evaluare

XII

<p>Unde $m_{echivalent}$ reprezintă masa de aer echivalentă antrenată în mișcare. Numeric:</p> $\boxed{\frac{m_{echivalent}}{m} = \frac{1}{3}} \Leftrightarrow \boxed{\frac{m_{echivalent}}{m} = 33,33\%}$	0,25	
<p>Energia cinetică E_{c2} care corespunde membranei de masă M este dată de relația:</p> $E_{c2} = \frac{M\dot{x}_0^2}{2}$	0,25	
<p>Energia cinetică totală a oscilatorului este dată de relația:</p> $E_{cmax} = E_{c1} + E_{c2} \Leftrightarrow E = \frac{1}{2} \frac{m\dot{x}_0^2}{3} + \frac{M\dot{x}_0^2}{2}.$	0,25	
<p>Considerând că viteza maximă este:</p> $v_{0max} = \dot{x}_0 = \omega A,$	0,25	
<p>Obținem:</p> $\frac{kA^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{m\omega^2 A^2}{3} + \frac{M\omega^2 A^2}{2}$	0,25	
<p>Deci pulsația este:</p> $\omega = \sqrt{\frac{k}{M + \frac{m}{3}}}$	0,25	
<p>În cazul membranei acustice m reprezintă masa aerului din cavitate:</p> $f = \frac{\omega}{2\pi} \Leftrightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{M + \frac{m}{3}}}$	0,25	
<p>Deci:</p> $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho_0 S}{\left(M + \frac{m}{3}\right) D}}$	0,25	
<p>Rezultă:</p> $f = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho_0 S}{\left(M + \frac{m}{3}\right) D}}$	0,25	
<p>În cazul membranei acustice, în cavitate se afla aer la presiunea p_0 iar masa de aer este $m = SD\rho_0 = 0,195$ kg . Introducând valorile din enunțul problemei cât și valoarea masei de aer din cavitate se obține frecvența:</p> $\boxed{f = 191,01 \text{ Hz}}$	0,25	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Bacău 2022
Barem de evaluare

XII

Subiectul 2. Principiul acțiunii și reacțiunii în TRR

(10 puncte)

Barem Subiectul 2		Parțial	Total
a.	<p>Se știe că, un corp electrizat, aflat în mișcare, generează în punctele din jurul său un câmp electromagnetic, în componența căruia există un câmp electric și un câmp magnetic.</p> <p>Forța electromagnetică, \vec{F}_2, care acționează asupra particulei cu sarcina electrică q_2, în mișcare cu viteza \vec{v}_2, localizată în punctul A_2, acolo unde există un câmp electric, cu intensitatea \vec{E}_1 și un câmp magnetic cu inducția \vec{B}_1, datorate particulei electrizată cu sarcina q_1, din punctul A_1, în mișcare cu viteza \vec{v}_1, are o componentă electrică și o componentă magnetică, astfel încât, forța rezultantă care acționează asupra particulei cu sarcina electrică q_2, este:</p> $\vec{F}_2 = q_2 \vec{E}_1 + q_2 \vec{v}_2 \times \vec{B}_1 = q_2 \left[\vec{E}_1 + \vec{v}_2 \times \frac{(\vec{v}_1 \times \vec{E}_1)}{c^2} \right];$ $\vec{F}_2 = q_2 \left[\vec{E}_1 + \frac{\vec{v}_2 \times (\vec{v}_1 \times \vec{E}_1)}{c^2} \right];$	1,00	2
	$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c}) \cdot \vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c};$ $\vec{v}_2 \times (\vec{v}_1 \times \vec{E}_1) = (\vec{v}_2 \cdot \vec{E}_1) \cdot \vec{v}_1 - (\vec{v}_2 \cdot \vec{v}_1) \cdot \vec{E}_1;$ $\vec{F}_2 = q_2 \left[\vec{E}_1 + \frac{\vec{v}_2 \cdot \vec{E}_1}{c^2} \cdot \vec{v}_1 - \frac{\vec{v}_2 \cdot \vec{v}_1}{c^2} \cdot \vec{E}_1 \right];$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\vec{F}_2 = q_2 \left[\vec{E}_1 \left(1 - \frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2}{c^2} \right) + \vec{v}_1 \cdot \frac{\vec{v}_2 \cdot \vec{E}_1}{c^2} \right].$ </div>	1,00	
b.	<p>b.1. Deoarece:</p> $\vec{r}_{21} // OY \text{ și } \vec{v}_1 // OY \Rightarrow \vec{v}_1 // \vec{r}_{21};$ $\vec{E}_1 = \frac{1 - \beta_1^2}{(1 - \beta_1^2 \sin^2 \theta_1)^{3/2}} \cdot \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}^3}; \Rightarrow \vec{E}_1 // \vec{r}_{21};$ <p>unde \vec{E}_1 este intensitatea câmpului electric generat de particula electrizată cu sarcina q_1, în punctul unde se află particula electrizată cu sarcina q_2;</p> $\vec{v}_1 // \vec{r}_{21}; \vec{E}_1 // \vec{r}_{21}; \Rightarrow \vec{E}_1 // \vec{v}_1;$ $\vec{F}_2 = q_2 \left[\vec{E}_1 \left(1 - \frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2}{c^2} \right) + \vec{v}_1 \cdot \frac{\vec{v}_2 \cdot \vec{E}_1}{c^2} \right]; \vec{E}_1 // \vec{v}_1; \Rightarrow \vec{F}_2 // \vec{v}_1;$ $\vec{E}_2 = -\frac{q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}^3}; \Rightarrow \vec{E}_2 // (-\vec{r}_{21}); \vec{v}_1 // \vec{r}_{21}; \Rightarrow \vec{E}_2 // (-\vec{v}_1),$ <p>unde \vec{E}_2 este intensitatea câmpului electric generat de particula electrizată cu sarcina q_2, în punctul unde se află particula electrizată cu sarcina q_1.</p> <p>Orientările tuturor acestor mărimi vectoriale, implicate în rezolvarea</p>	0,25	4

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Bacău 2022
Barem de evaluare

XII

	<p>problemei, fiind reprezentate în desenul din Figura 2.1.R, rezultă:</p>		
	<p style="text-align: center;">Figura 2.1.R</p>		
	$\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = v_1 v_2 \cos 90^\circ = 0; \vec{v}_2 \cdot \vec{E}_1 = v_2 E_1 \cos 90^\circ = 0;$ $\vec{F}_2 = q_2 \vec{E}_1;$ $\vec{E}_1 = \frac{1 - \beta_1^2}{(1 - \beta_1^2 \sin^2 \theta_1)^{3/2}} \cdot \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}^3}; \theta_1 = \angle(\vec{v}_1; \vec{r}_{12}) = 0;$ $\vec{E}_1 = (1 - \beta_1^2) \cdot \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}^3}; \vec{F}_2 = q_2 \vec{E}_1;$ $\vec{F}_2 = (1 - \beta_1^2) \cdot \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}^3}; \vec{r}_{21} = r_{21} \vec{j}; \vec{F}_2 = (1 - \beta_1^2) \cdot \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_{21}^2} \vec{j};$ $\vec{F}_{2,x} = 0; \boxed{F_{2,x} = 0}; \vec{F}_{2,y} = (1 - \beta_1^2) \cdot \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_{21}^2} \vec{j}; \boxed{F_{2,y} = (1 - \beta_1^2) \cdot \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_{21}^2}}.$	0,25	
	<p>În desenul din Figura 2.1.R, trebuie reprezentată și forța electromagnetică rezultantă, \vec{F}_1, care acționează asupra particulei electrizată cu sarcina q_1, aflată în punctul A_1, acolo unde există câmpul electromagnetic al particulei electrizată cu sarcina q_2, această forță având o componentă electrică și o componentă magnetică, dat fiind faptul că în punctul A_1, există câmpul electric, cu intensitatea \vec{E}_2, generat de sarcina electrică q_2, existentă în punctul A_2, și un câmp magnetic, cu inducția magnetică \vec{B}_2, generat de particula electrizată cu sarcina q_2, în mișcare cu viteza \vec{v}_2.</p> <p>De la punctul (a), unde este scrisă expresia forței electromagnetice, \vec{F}_2, care acționează asupra corpului electrizat cu sarcina q_2, aflat în câmpurile electric și magnetic, generate de corpul electrizat cu sarcina q_1, în mișcare, cu viteza \vec{v}_1, schimbând numai indicii (1) și (2), rezultă:</p>	1,00	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ

Bacău 2022

Barem de evaluare

XII

$$\vec{F}_2 = q_2 \vec{E}_1 + q_2 \vec{v}_2 \times \vec{B}_1 = q_2 \left[\vec{E}_1 + \vec{v}_2 \times \frac{(\vec{v}_1 \times \vec{E}_1)}{c^2} \right];$$

$$\vec{F}_2 = q_2 \left[\vec{E}_1 + \frac{\vec{v}_2 \cdot \vec{E}_1}{c^2} \cdot \vec{v}_1 - \frac{\vec{v}_2 \cdot \vec{v}_1}{c^2} \cdot \vec{E}_1 \right]; \vec{F}_2 = q_2 \left[\vec{E}_1 \left(1 - \frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2}{c^2} \right) + \vec{v}_1 \cdot \frac{\vec{v}_2 \cdot \vec{E}_1}{c^2} \right];$$

$$\vec{F}_1 = q_1 \vec{E}_2 + q_1 \vec{v}_1 \times \vec{B}_2 = q_1 \left[\vec{E}_2 + \vec{v}_1 \times \frac{(\vec{v}_2 \times \vec{E}_2)}{c^2} \right];$$

$$\vec{F}_1 = q_1 \left[\vec{E}_2 + \frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{E}_2}{c^2} \cdot \vec{v}_2 - \frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2}{c^2} \cdot \vec{E}_2 \right]; \vec{F}_1 = q_1 \left[\vec{E}_2 \left(1 - \frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2}{c^2} \right) + \vec{v}_2 \cdot \frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{E}_2}{c^2} \right],$$

unde expresia lui \vec{E}_2 se obține din expresia lui \vec{E}_1 , scrisă în enunțul problemei:

$$\vec{E}_1 = \frac{1 - \beta_1^2}{(1 - \beta_1^2 \sin^2 \theta_1)^{3/2}} \cdot \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}^3},$$

schimbând ordinea indicilor (1) și (2):

$$\vec{E}_2 = \frac{1 - \beta_2^2}{(1 - \beta_2^2 \sin^2 \theta_2)^{3/2}} \cdot \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}^3};$$

$$\vec{r}_{12} = -\vec{r}_{21},$$

ceea ce dovedește că orientările vectorilor \vec{E}_1 și \vec{E}_2 sunt opuse, așa cum indică figura 3;

$$\theta_2 = \angle(\vec{v}_2; \vec{r}_{12}) = 90^\circ; \vec{E}_2 = \frac{1 - \beta_2^2}{(1 - \beta_2^2)^{3/2}} \cdot \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}^3};$$

$$\vec{E}_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_2^2}} \cdot \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}^3}; \vec{E}_2 // (\vec{r}_{12}); \vec{r}_{12} // (-\vec{r}_{21}); \vec{E}_2 // (-\vec{r}_{21}); \vec{v}_1 // \vec{r}_{21}; \Rightarrow$$

$$\vec{E}_2 // (-\vec{v}_1); \vec{E}_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_2^2}} \cdot \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}^3}; \vec{E}_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_2^2}} \cdot \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_{12}^2},$$

astfel încât obținem:

$$\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = v_1 v_2 \cos 90^\circ = 0; \vec{v}_1 \cdot \vec{E}_2 = v_1 E_2 \cos 180^\circ = -v_1 E_2,$$

$$\theta_2 = \angle(\vec{v}_2; \vec{r}_{12}) = 90^\circ,$$

astfel încât:

$$\vec{F}_1 = q_1 \left[\vec{E}_2 \left(1 - \frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2}{c^2} \right) + \vec{v}_2 \cdot \frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{E}_2}{c^2} \right]; \vec{F}_1 = q_1 \left[\vec{E}_2 - \vec{v}_2 \cdot \frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{E}_2}{c^2} \right];$$

$$\vec{E}_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_2^2}} \cdot \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}^3}; \vec{E}_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_2^2}} \cdot \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} \cdot \frac{1}{r_{12}^2};$$

$$\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} = -\vec{j}; \vec{E}_2 = -\frac{1}{\sqrt{1 - \beta_2^2}} \cdot \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 \cdot r_{12}^2} \cdot \vec{j};$$

$$\vec{F}_1 = q_1 \left[\vec{E}_2 - \vec{v}_2 \cdot \frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{E}_2}{c^2} \right]; \vec{v}_2 = v_2 \cdot \vec{i};$$

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Bacău 2022
Barem de evaluare

XII

$$\vec{F}_1 = q_1 \left[-\frac{1}{\sqrt{1-\beta_2^2}} \cdot \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 \cdot r_{12}^2} \cdot \vec{j} - \frac{v_1 \cdot v_2}{c^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\beta_2^2}} \cdot \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_{12}^2} \cdot \vec{i} \right];$$

$$\vec{F}_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\beta_2^2}} \cdot \left[-\vec{j} - \frac{v_1 \cdot v_2}{c^2} \cdot \vec{i} \right]; \quad v_1 = c \cdot \beta_1; \quad v_2 = c \cdot \beta_2;$$

$$\vec{F}_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\beta_2^2}} \cdot \left[-\vec{j} - \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \vec{i} \right];$$

$$\vec{F}_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\beta_2^2}} \cdot \left[-\beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \vec{i} - \vec{j} \right];$$

$$\vec{F}_1 = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^2} \cdot \frac{\beta_1 \beta_2}{\sqrt{1-\beta_2^2}} \cdot \vec{i} - \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\beta_2^2}} \cdot \vec{j};$$

asa cum indică desenul din Figura 2.1.R;

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{1,x} + \vec{F}_{1,y} = F_{1,x} \cdot \vec{i} + F_{1,y} \cdot \vec{j};$$

$$\vec{F}_{1,x} = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^2} \cdot \frac{\beta_1 \beta_2}{\sqrt{1-\beta_2^2}} \cdot \vec{i}; \quad \vec{F}_{1,y} = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\beta_2^2}} \cdot \vec{j};$$

$$F_{1,x} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^2} \cdot \frac{\beta_1 \beta_2}{\sqrt{1-\beta_2^2}}; \quad F_{1,y} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\beta_2^2}};$$

$$\vec{F}_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\beta_2^2}} \left[\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} - \vec{v}_2 \cdot \frac{v_1}{c^2} \right];$$

$$\vec{r}_{12} = -\vec{r}_{21}; \quad r_{12} = r_{21}; \quad \vec{v}_2 = c\vec{\beta}_2; \quad v_1 = c\beta_1;$$

$$\vec{F}_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\beta_2^2}} \left[\frac{-\vec{r}_{21}}{r_{21}} - c\vec{\beta}_2 \cdot \frac{v_1}{c^2} \right];$$

$$\vec{F}_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\beta_2^2}} \left[\frac{-\vec{r}_{21}}{r_{21}} - c\vec{\beta}_2 \cdot \frac{c\beta_1}{c^2} \right];$$

$$\vec{F}_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\beta_2^2}} \left[\frac{-\vec{r}_{21}}{r_{21}} - \vec{\beta}_2 \cdot \beta_1 \right];$$

$$\vec{r}_{21} = r_{21} \vec{j}; \quad \vec{v}_2 = c\vec{\beta}_2 = v_2 \vec{i}; \quad \vec{\beta}_2 = \frac{v_2}{c} \vec{i} = \beta_2 \vec{i};$$

$$\vec{F}_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\beta_2^2}} \left[\frac{-r_{21} \vec{j}}{r_{21}} - \beta_2 \vec{i} \cdot \beta_1 \right]; \quad \vec{F}_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\beta_2^2}} \left[-\vec{j} - \beta_1 \beta_2 \vec{i} \right];$$

$$\vec{F}_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\beta_2^2}} \left[-\beta_1 \beta_2 \vec{i} - \vec{j} \right];$$

$$\vec{F}_1 = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \cdot \frac{\beta_1 \beta_2}{\sqrt{1-\beta_2^2}} \vec{i} - \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\beta_2^2}} \vec{j},$$

asa cum indică desenul din Figura 2.1.R;

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Bacău 2022
Barem de evaluare

XII

	$\vec{F}_{1,x} = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \frac{\beta_1 \beta_2}{\sqrt{1-\beta_2^2}} \vec{i}; \quad \vec{F}_{1,x} = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \frac{\beta_1 \beta_2}{\sqrt{1-\beta_2^2}};$ $\vec{F}_{1,y} = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \frac{1}{\sqrt{1-\beta_2^2}} \vec{j}; \quad \vec{F}_{1,y} = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \frac{1}{\sqrt{1-\beta_2^2}}.$		
b.2.	$\vec{F}_1 = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \frac{\beta_1 \beta_2}{\sqrt{1-\beta_2^2}} \vec{i} - \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \frac{1}{\sqrt{1-\beta_2^2}} \vec{j},$ $\vec{F}_2 = (1-\beta_1^2) \cdot \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \vec{j}; \quad \boxed{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 \neq 0,}$ <p>adică rezultanta „formală” a celor două forțe, rezultate din interacțiunea celor două corpuri punctiforme, electrizate, aflate în mișcare, este diferită de zero, ceea ce dovedește că principiul acțiunilor reciproce, nu se respectă în TRR.</p>	0,50	
	<p><i>Caz particular:</i> $\beta_1 \ll 1; \beta_2 \ll 1;$</p> $\vec{F}_1 = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \frac{\beta_1 \beta_2}{\sqrt{1-\beta_2^2}} \vec{i} - \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \frac{1}{\sqrt{1-\beta_2^2}} \vec{j};$ $\vec{F}_1 = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \beta_1 \beta_2 \vec{i} - \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \vec{j};$ $\vec{F}_1 = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} (\beta_1 \beta_2 \vec{i} + \vec{j}); \quad \vec{F}_1 = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \left(\frac{v_1 v_2}{c^2} \vec{i} + \vec{j} \right);$ $\frac{v_1 v_2}{c^2} \ll 1; \quad \vec{F}_1 = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \vec{j};$ $F_1^2 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \left(\frac{v_1 v_2}{c^2} \vec{i} + \vec{j} \right) \cdot \left(\frac{v_1 v_2}{c^2} \vec{i} + \vec{j} \right);$ $F_1^2 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \left(\frac{v_1^2 v_2^2}{c^4} + 1 \right); \quad \left(\frac{v_1 v_2}{c^2} \right)^2 \ll 1; \quad F_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2};$ $\vec{F}_2 = (1-\beta_1^2) \cdot \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \vec{j}; \quad \beta_1^2 = \frac{v_1^2}{c^2} \ll 1; \quad \vec{F}_2 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \vec{j};$ $\boxed{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \vec{j} + \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \vec{j} = 0.}$ <p>ceea ce confirmă, în acest caz, valabilitatea principiului acțiunilor reciproce.</p>	1,00	
	<p>b.3. În mecanica newtoniană se postulează că rezultatul interacțiunii a două corpuri (prin contact sau de la distanță) se materializează în două forțe egale în modul și de sens contrar (acțiunea și reacțiunea; $\vec{R} = -\vec{F}$), admitându-se acolo că propagarea oricărei informații (implicând un transfer/transport energetic) se face cu o viteză infinită. Aceasta presupune că orice corp este „avertizat” instantaneu că un alt corp, cu care el interacționează, și-a schimbat poziția. În TRR se afirmă că orice informație, care presupune un transport energetic (semnal electromagnetic), nu se poate face decât cu o viteză finită, egală cu viteza luminii în vid.</p> <p>Concluzie: principiul acțiunilor reciproce nu este valabil în TRR.</p>	1,00	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Bacău 2022
Barem de evaluare

XII

	<p>c.1. Forța electromagnetică, \vec{F}_2, care acționează asupra particulei cu sarcina electrică q_2, în mișcare cu viteza \vec{v}_2, localizată în punctul A_2, acolo unde există un câmp electric, cu intensitatea \vec{E}_1 și un câmp magnetic cu inducția \vec{B}_1, datorate particulei electrizată cu sarcina q_1, din punctul A_1, în mișcare cu viteza \vec{v}_1, are o componentă electrică și o componentă magnetică, înglobate în expresia:</p> $\vec{F}_2 = q_2 \left[\vec{E}_1 \left(1 - \frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2}{c^2} \right) + \vec{v}_1 \cdot \frac{\vec{v}_2 \cdot \vec{E}_1}{c^2} \right].$ <p>Acum, în varianta propusă, când:</p> $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = \vec{v} = c\beta,$ <p>rezultă:</p> $\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = c^2 \beta^2;$ $\vec{F}_2 = \vec{F} = q_2 \left[\vec{E}_1 (1 - \beta^2) + \vec{v} \cdot \frac{v E_1 \cos \theta}{c^2} \right].$	0,25	
c.	<p>În aceste condiții, din Figura 2.2.R, unde sunt reprezentate intensitățile câmpurilor electrice, \vec{E}_1 și respectiv \vec{E}_2, generate de fiecare corp punctiform electrizat, în punctul unde se află celălalt corp punctiform electrizat, calculăm proiecțiile forței \vec{F}_2 pe axele OX și respectiv OY:</p> <p style="text-align: center;">Figura 2.2.R</p>	0,25	4
	$F_{2,x} = q_2 \left[E_1 \cos \theta \cdot (1 - \beta^2) + v \frac{v E_1 \cos \theta}{c^2} \right];$ $F_{2,x} = q_2 \left[E_1 \cos \theta \cdot (1 - \beta^2) + \frac{v^2 E_1 \cos \theta}{c^2} \right];$ $F_{2,x} = q_2 \left[E_1 \cos \theta \cdot (1 - \beta^2) + \beta^2 E_1 \cos \theta \right];$ $F_{2,x} = q_2 E_1 \left[\cos \theta \cdot (1 - \beta^2) + \beta^2 \cos \theta \right];$ $F_{2,x} = q_2 E_1 \cos \theta;$ $F_{2,y} = q_2 \left[E_1 \sin \theta \cdot (1 - \beta^2) \right]; F_{2,y} = q_2 (1 - \beta^2) \cdot E_1 \sin \theta,$	1,00	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Bacău 2022
Barem de evaluare

XII

astfel încât, știind din enunțul problemei, că:

$$\vec{E}_1 = \frac{1 - \beta_1^2}{(1 - \beta_1^2 \sin^2 \theta_1)^{3/2}} \cdot \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}^3},$$

rezultă:

$$\vec{E}_1 = \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \cdot \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}^3},$$

unde vectorii \vec{E}_1 și respectiv \vec{r}_{21} sunt paraleli și de același sens;

$$E_1 = \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \cdot \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_{21}^2};$$

$$F_{2,x} = q_2 E_1 \cdot \cos \theta = q_2 \cos \theta \cdot \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \cdot \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_{21}^2};$$

$$F_{2,x} = q_2 \cos \theta \cdot \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \cdot \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_{21}^2};$$

$$F_{2,y} = q_2 (1 - \beta^2) \cdot E_1 \sin \theta;$$

$$E_1 = \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \cdot \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_{21}^2};$$

$$F_{2,y} = q_2 (1 - \beta^2) \cdot \sin \theta \cdot \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \cdot \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_{21}^2};$$

$$F_{2,y} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} (1 - \beta^2) \cdot \sin \theta \cdot \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}};$$

$$F_{2,x} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \cdot \frac{(1 - \beta^2) \cos \theta}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}};$$

$$F_{2,y} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \cdot \frac{(1 - \beta^2)^2 \sin \theta}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}};$$

$$\vec{F}_2 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \cdot \frac{(1 - \beta^2) \cos \theta}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \cdot \vec{i} + \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \cdot \frac{(1 - \beta^2)^2 \sin \theta}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \cdot \vec{j}.$$

c.2.

Forța electromagnetică, \vec{F}_1 , care acționează asupra particulei cu sarcina electrică q_1 , în mișcare cu viteza \vec{v}_1 , localizată în punctul A_1 , acolo unde există un câmp electric, cu intensitatea \vec{E}_2 și un câmp magnetic cu inducția \vec{B}_2 , datorate particulei electrizată cu sarcina q_2 , din punctul A_2 , în mișcare cu viteza \vec{v}_2 , scrisă din expresia:

$$\vec{F}_2 = q_2 \vec{E}_1 + q_2 \vec{v}_2 \times \vec{B}_1 = q_2 \left[\vec{E}_1 + \vec{v}_2 \times \frac{(\vec{v}_1 \times \vec{E}_1)}{c^2} \right],$$

unde indicii 1 și 2 se vor schimba între ei, având și ea o componentă electrică și o componentă magnetică, are expresia:

0,50

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Bacău 2022
Barem de evaluare

XII

$$\vec{F}_1 = q_1 \vec{E}_2 + q_1 \vec{v}_1 \times \vec{B}_2 = q_1 \left[\vec{E}_2 + \vec{v}_1 \times \frac{(\vec{v}_2 \times \vec{E}_2)}{c^2} \right],$$

în interiorul căreia, expresia lui \vec{E}_2 , obținută din expresia:

$$\vec{E}_1 = \frac{1 - \beta_1^2}{(1 - \beta_1^2 \sin^2 \theta_1)^{3/2}} \cdot \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}^3},$$

prin permutarea indicilor 1 și 2, este:

$$\vec{E}_2 = \frac{1 - \beta_2^2}{(1 - \beta_2^2 \sin^2 \theta_2)^{3/2}} \cdot \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}^3},$$

$$\vec{r}_{21} = -\vec{r}_{12},$$

ceea ce dovedește că orientările vectorilor \vec{E}_1 și \vec{E}_2 sunt opuse, așa cum indică Figura 2.1.R;

Rezultă:

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c}) \cdot \vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c};$$

$$\vec{F}_1 = q_1 \left[\vec{E}_2 + \frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{E}_2}{c^2} \cdot \vec{v}_2 - \frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2}{c^2} \cdot \vec{E}_2 \right]; \quad \vec{F}_1 = q_1 \left[\vec{E}_2 \left(1 - \frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2}{c^2} \right) + \vec{v}_2 \cdot \frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{E}_2}{c^2} \right],$$

$$\theta_1 = \theta_2 = \theta;$$

$$\vec{v}_1 \cdot \vec{E}_2 = v_1 \cdot E_2 \cdot \cos(180^\circ - \theta) = -v_1 \cdot E_2 \cdot \cos \theta; \quad \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = v_1 \cdot v_2;$$

$$\vec{F}_1 = q_1 \left[\vec{E}_2 \cdot \left(1 - \frac{v_1 \cdot v_2}{c^2} \right) - \vec{v}_2 \cdot \frac{v_1 \cdot E_2 \cdot \cos \theta}{c^2} \right];$$

$$\vec{E}_2 = \frac{1 - \beta_2^2}{(1 - \beta_2^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \cdot \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}^3};$$

$$\vec{F}_1 = q_1 \left[\frac{1 - \beta_2^2}{(1 - \beta_2^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \cdot \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}^3} \cdot \left(1 - \frac{v_1 \cdot v_2}{c^2} \right) - \vec{v}_2 \cdot \frac{v_1 \cdot E_2 \cdot \cos \theta}{c^2} \right];$$

$$\vec{r}_{12} = -r_{12} \cdot \cos \theta \cdot \vec{i} - r_{12} \cdot \sin \theta \cdot \vec{j};$$

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = \vec{v} = c\beta = c \cdot \beta \cdot \vec{i}; \quad \vec{r}_{12} = -r_{12} \cdot \cos \theta \cdot \vec{i} - r_{12} \cdot \sin \theta \cdot \vec{j}; \quad \vec{v}_2 = v_2 \cdot \vec{i};$$

$$v_1 = v_2 = v = c\beta; \quad \beta_2 = \beta;$$

$$\vec{F}_1 = q_1 \left[\frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \cdot \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{-r_{12} \cdot \cos \theta \cdot \vec{i} - r_{12} \cdot \sin \theta \cdot \vec{j}}{r_{12}^3} \cdot \left(1 - \frac{v_1 \cdot v_2}{c^2} \right) - v_2 \cdot \vec{i} \cdot \frac{v_1 \cdot E_2 \cdot \cos \theta}{c^2} \right]$$

$$\vec{F}_1 = q_1 \left[\frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \cdot \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{-r_{12} \cdot \cos \theta \cdot \vec{i} - r_{12} \cdot \sin \theta \cdot \vec{j}}{r_{12}^3} \cdot \left(1 - \frac{c^2 \cdot \beta^2}{c^2} \right) - \frac{c^2 \cdot \beta^2 \cdot E_2 \cdot \cos \theta}{c^2} \cdot \vec{i} \right]$$

1,00

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Bacău 2022
Barem de evaluare

XII

$$\vec{F}_1 = q_1 \left[\frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \cdot \frac{q_2 (1 - \beta^2)}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{-r_{12} \cdot \cos \theta \cdot \vec{i} - r_{12} \cdot \sin \theta \cdot \vec{j}}{r_{12}^3} - \beta^2 \cdot E_2 \cdot \cos \theta \cdot \vec{i} \right]$$

$$\vec{E}_2 = \frac{1 - \beta_2^2}{(1 - \beta_2^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \cdot \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}^3};$$

$$\vec{E}_2 = \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \cdot \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}^3};$$

$$\vec{r}_{12} = r_{12} \cdot \cos \theta \cdot \vec{i} + r_{12} \cdot \sin \theta \cdot \vec{j};$$

$$E_2 = \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \cdot \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{r_{12}}{r_{12}^3}; \quad E_2 = \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \cdot \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 \cdot r_{12}^2};$$

$$\vec{F}_1 = q_1 \left[\frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \cdot \frac{q_2 (1 - \beta^2)}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{-r_{12} \cdot \cos \theta \cdot \vec{i} - r_{12} \cdot \sin \theta \cdot \vec{j}}{r_{12}^3} - \frac{\beta^2}{r_{12}^2} \cdot \frac{q_2 (1 - \beta^2) \cdot \cos \theta}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \cdot 4\pi\epsilon_0 \cdot \vec{i} \right];$$

$$\vec{F}_1 = \frac{q_1 q_2 \cdot (1 - \beta^2)}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^2 \cdot (1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \left[\frac{-(1 - \beta^2) \cdot r_{12} \cdot \cos \theta \cdot \vec{i} - (1 - \beta^2) \cdot r_{12} \cdot \sin \theta \cdot \vec{j}}{r_{12}} - \beta^2 \cdot \cos \theta \cdot \vec{i} \right]$$

$$\vec{F}_1 = \frac{q_1 q_2 \cdot (1 - \beta^2)}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^2 \cdot (1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \left[-(1 - \beta^2) \cdot \cos \theta \cdot \vec{i} - (1 - \beta^2) \cdot \sin \theta \cdot \vec{j} - \beta^2 \cdot \cos \theta \cdot \vec{i} \right]$$

$$\vec{F}_1 = -\frac{q_1 q_2 \cdot (1 - \beta^2)}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^2 \cdot (1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \left[\cos \theta \cdot \vec{i} + (1 - \beta^2) \cdot \sin \theta \cdot \vec{j} \right]$$

$$\vec{F}_1 = -\frac{q_1 q_2 \cdot (1 - \beta^2)}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^2 \cdot (1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \cos \theta \cdot \vec{i} - \frac{q_1 q_2 \cdot (1 - \beta^2)^2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^2 \cdot (1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \sin \theta \cdot \vec{j};$$

astfel încât, comparând cu expresia:

$$\vec{F}_2 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \cdot \frac{(1 - \beta^2) \cos \theta}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \cdot \vec{i} + \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \cdot \frac{(1 - \beta^2)^2 \sin \theta}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \cdot \vec{j},$$

rezultă:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0,$$

confirmând respectarea principiului acțiunilor reciproce în TRR.

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Bacău 2022
Barem de evaluare

XII

	<p>În acest caz, cele două componente ale forței \vec{F}_1, sunt:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: 80%;"> $F_{1,x} = \frac{q_1 q_2 \cdot (1 - \beta^2)}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^2 \cdot (1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \cos \theta;$ </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: 80%;"> $F_{1,y} = \frac{q_1 q_2 \cdot (1 - \beta^2)^2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^2 \cdot (1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \sin \theta.$ </div>		
c.3.	<p>Dacă $\beta \ll 1$, rezultă:</p> $\vec{F}_2 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \cdot \frac{(1 - \beta^2) \cos \theta}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \cdot \vec{i} + \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \cdot \frac{(1 - \beta^2)^2 \sin \theta}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \cdot \vec{j};$ $\vec{F}_2 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \cdot \cos \theta \cdot \vec{i} + \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \cdot \sin \theta \cdot \vec{j}; \quad F_2 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2};$ $\vec{F}_1 = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \cdot \frac{(1 - \beta^2) \cos \theta}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \cdot \vec{i} - \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \cdot \frac{(1 - \beta^2)^2 \sin \theta}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \cdot \vec{j};$ $\vec{F}_1 = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \cdot \cos \theta \cdot \vec{i} - \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2} \cdot \sin \theta \cdot \vec{j}; \quad F_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{21}^2};$ <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin: 5px auto; width: 80%;"> $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0; \quad \vec{F}_1 = -\vec{F}_2,$ </div> <p>ceea ce reprezintă respectarea principiului acțiunilor reciproce.</p>	1,00	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Bacău 2022
Barem de evaluare

XII

Subiectul 3. Particule în mișcare ...

(10 puncte)

	Barem Subiectul 3	Parțial	Total
a.	a.1. Lungimea de undă de Broglie asociată particulei P1 este: $\lambda = \frac{h}{mv_{01}}$	0,25	3
	Unde: $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v_{01}^2}{c^2}}}$	0,25	
	Lungimea de undă Compton este: $\Lambda = \frac{h}{m_0 c}$	0,25	
	Din enunțul problemei: $\lambda = \Lambda \Leftrightarrow \frac{h}{\frac{m_0 v_{01}}{\sqrt{1 - \frac{v_{01}^2}{c^2}}}} = \frac{h}{m_0 c}$	0,25	
	În urma efectuării calculelor obținem viteza particulei P1: $v_{01} = \frac{c}{\sqrt{2}}$	0,25	
	Numeric: $v_{01} = 2,12 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	0,25	
	a.2. Energia cinetică a particulei P1 este: $E_{c1} = E_1 - E_{01}$	0,25	
	Unde: $E_1 = mc^2 \text{ (energia particulei P1)}$ și $E_{01} = m_0 c^2 \text{ (energia de repaus a particulei P1)}$	0,25	
	Deci: $E_{c1} = m_0 c^2 (\sqrt{2} - 1)$	0,25	
	Procentul cu care energia de repaus a a particulei P1 este mai mare decât energia ei cinetică este: $\varepsilon = \frac{E_{01} - E_{c1}}{E_{01}} \Leftrightarrow \varepsilon = \frac{m_0 c^2 - m_0 c^2 (\sqrt{2} - 1)}{m_0 c^2}$	0,25	
Obținem: $\varepsilon = 2 - \sqrt{2}$	0,25		
Numeric: $\varepsilon = 0,586 \Leftrightarrow \varepsilon = 58,6\%$	0,25		

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Bacău 2022
Barem de evaluare

XII

b.	<p>b.1. Deoarece $k_1 > 0$, câmpul potențial este atractiv:</p> $U(r) = -\frac{k_1}{r^{k_2}} < 0$	0,25	4
	<p>Mărimea forței cu care câmpul acționează asupra particulei P2 este:</p> $F = \left -\frac{dU}{dr} \right _{r=R} \Leftrightarrow F = \frac{k_1 k_2}{R^{k_2+1}}$	0,25	
	<p>Particula P2 se deplasează pe un cerc de rază R cu viteza $v = v_{02}$ dacă forța \vec{F} este centripetă:</p> $F = \frac{mv_{02}^2}{R}$	0,25	
	<p>Impulsul particulei P2 este $p = mv_{02}$, deci:</p> $F = p \frac{v_{02}}{R}$	0,25	
	<p>Pentru mișcarea circulară avem:</p> $L = pR \Leftrightarrow L = \frac{FR^2}{v_{02}}$	0,25	
	<p>Obținem:</p> $L = \frac{k_1 k_2}{R^{k_2+1}} \frac{R^2}{v_{02}} \Leftrightarrow L = \frac{k_1 k_2}{R^{k_2-1}} \frac{1}{v_{02}}$	0,25	
	<p>b.2. Particula P2 se deplasează relativist ($v_{02} < c$):</p> $\frac{k_1 k_2}{R^{k_2+1}} = p \frac{v_{02}}{R} \Leftrightarrow \frac{k_1 k_2}{R^{k_2+1}} = \frac{m_0 v_{02}}{\sqrt{1 - \frac{v_{02}^2}{c^2}}} \frac{v_{02}}{R}$	0,50	
	<p>Rezultă:</p> $R = \left(\frac{k_1 k_2}{m_0 v_{02}^2} \sqrt{1 - \frac{v_{02}^2}{c^2}} \right)^{\frac{1}{k_2}}$	0,50	
	<p>Particularizare pentru situația în care particula se deplasează nerelativist ($v_{02} \ll c$):</p> $R = \left(\frac{k_1 k_2}{m_0 v_{02}^2} \right)^{\frac{1}{k_2}}$	0,50	
	<p>b.3. Deoarece:</p> $\frac{2k_1}{c} = \frac{k_1 k_2}{R^{k_2-1}} \frac{1}{v_{02}}$	0,50	
<p>Rezultă:</p> $R = \left(\frac{k_2 \cdot c}{2v_{02}} \right)^{\frac{1}{k_2-1}}$	0,50		

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Bacău 2022
Barem de evaluare

XII

c.	Condiția de stabilitate a particulei pe orbita circulară de rază R : $\frac{k_1 k_2}{R^{1+k_2}} = \frac{m_0 v_{02}^2}{R}$	0,50	3
	Deci: $L^2 = (m_0 v_{02} R)^2 \Leftrightarrow L^2 = \frac{m_0 k_1 k_2}{R^{k_2-2}}$	0,25	
	Condiția ca unda asociată de-a lungul traiectoriei să fie staționară este: $2\pi R = n\lambda \Leftrightarrow 2\pi R = n \frac{h}{m_0 v_{02}} \Rightarrow L = n\hbar$	0,50	
	Obținem raza orbitei n : $R_n = \left(\frac{m_0 k_1 k_2}{n^2 \hbar^2} \right)^{\frac{1}{k_2-2}}$	0,25	
	Energia totală poate fi scrisă sub forma. $E = \frac{m_0 v_{02}^2}{2} - \frac{k_1}{R^{k_2}} \Leftrightarrow E = \frac{k_1 (k_2 - 2)}{2R^{k_2}}$	0,50	
	Pentru starea cuantică n : $E_n = \frac{k_1 (k_2 - 2)}{2} \left(\frac{m_0 k_1 k_2}{n^2 \hbar^2} \right)^{\frac{k_2}{2-k_2}}$	0,25	
	Pentru stări legate: $E_n < 0 \Rightarrow k_2 \in (0, 2)$	0,25	
	Energia de ionizare este: $W_{ionizare} = -E_1$	0,25	
	Rezultă: $W_{ionizare} = \frac{k_1 (2 - k_2)}{2} \left(\frac{m_0 k_1 k_2}{\hbar^2} \right)^{\frac{k_2}{2-k_2}}$	0,25	

Barem propus de:

Prof. Dr. Luciu ALEXANDRESCU, Colegiul Național „Dr. Ioan Meșotă”, Brașov

Prof. Dr. Gabriel FLORIAN, Colegiul Național „Carol I”, Craiova

Prof. Cristian MIU, Colegiul Național „Ion Minulescu”, Slatina

Prof. Dr. Mihail SANDU, Liceul Tehnologic de Turism, Călimănești

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.