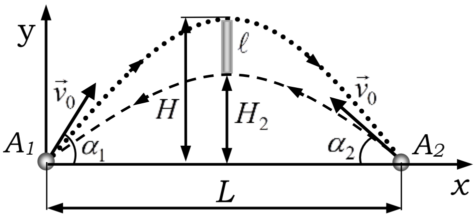
OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ

Bacău 2022

Barem de evaluare

IX

Subiectul 1 **(10 puncte)**

	Parțial	Punctaj
a) La o aruncare pe oblică, timpul de urcare, înălțimea maximă a traiectoriei și unghiul de aruncare față de orizontală sunt corelate prin relația: $t_u = \sqrt{\dfrac{2h_{\max}}{g}} = \dfrac{v_0 \sin\alpha}{g}$. Bila care atinge marginea superioară a scândurii ajunge la o înălțime maximă mai mare decât bila care atinge marginea inferioară a scândurii. Ca urmare, la aceeași viteză de aruncare, bila care atinge marginea superioară a scândurii trebuie aruncată înaintea bilei care atinge marginea inferioară a scândurii și sub un unghi mai mare. *La același rezultat se poate ajunge și din analiza mișcării pe orizontală.*	1,5p	**1,5p**
b) Cele două bile au traiectorii parabolice cu înălțimi maxime diferite și timpi de zbor diferiți, dar cu aceeași bătaie L, realizată prin unghiuri diferite: $L = \dfrac{v_0^2 \sin(2\alpha_1)}{g} = \dfrac{v_0^2 \sin(2\alpha_2)}{g} \Rightarrow$ $2\alpha_2 = 180^\circ - 2\alpha_1 \Rightarrow \alpha_2 = 90^\circ - \alpha_1$ 	1p	**3p**
Notăm: $\alpha_1 = \alpha$, respectiv $\alpha_2 = 90^\circ - \alpha$. Analizăm situația $\alpha_1 = \alpha > 45^\circ$, respectiv $\alpha_2 = 90^\circ - \alpha < 45^\circ$. *Cealaltă situație cu $\alpha_1 < 45^\circ$, respectiv $\alpha_2 > 45^\circ$ se tratează similar.* În situația aleasă, când $\alpha_1 = \alpha > 45^\circ \Rightarrow tg\alpha > 1$. Altfel spus, pentru ca situația descrisă în enunț să fie posibilă, înălțimea maximă a traiectoriei bilei 1 (*aruncată de artistul A_1*) trebuie să fie mai mare decât înălțimea maximă a traiectoriei bilei 2 (*aruncată de artistul A_2*), ca urmare: $\dfrac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} > \dfrac{v_0^2 \sin^2(90^\circ - \alpha)}{2g} \Rightarrow \sin\alpha > \cos\alpha \Rightarrow tg\alpha > 1$	0,8p	
Pentru bila 1: înălțimea maximă a traiectoriei este $H = \dfrac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$, iar bătaia este $L = \dfrac{2v_0^2 \sin\alpha\cos\alpha}{g}$. Eliminăm v_0^2 și obținem: $tg\alpha = \dfrac{4H}{L}$.	0,8p	
Cum $tg\alpha > 1$, rezultă că distanța L și înălțimea H trebuie să respecte relația: $L < 4H$.	0,4p	
Distanța dintre artiști trebuie corelată cu înălțimea la care se află marginea superioară a scândurii verticale.		
c) Din expresia înălțimii maxime pentru bila 1 rezultă $v_0^2 = \dfrac{2gH}{\sin^2\alpha}$.	0,5p	**1,5p**
Putem scrie: $tg^2\alpha = \dfrac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \dfrac{\sin^2\alpha}{1-\sin^2\alpha} \Rightarrow \sin^2\alpha = \dfrac{tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}$	0,5p	
Obținem $v_0^2 = 2gH\left(1+\dfrac{1}{tg^2\alpha}\right) = 2gH\left(1+\dfrac{L^2}{16H^2}\right)$ și de aici:	0,5p	

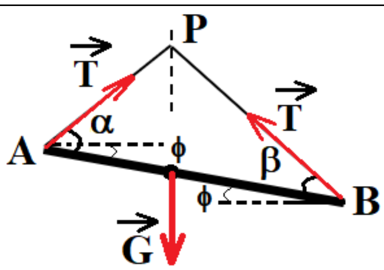
$$v_0 = \sqrt{2gH\left(1+\frac{L^2}{16H^2}\right)}$$		
d) Lungimea scândurii este egală cu diferența dintre înălțimile maxime la care ajung bilele: $\ell = H - H_2$.	0,5p	2p
Înălțimea maximă la care ajunge bila 2 este dată de relația: $H_2 = \frac{v_0^2 \sin^2(90^\circ - \alpha)}{2g} = \frac{v_0^2 \cos^2\alpha}{2g}$	0,5p	
Putem scrie: $tg^2\alpha = \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{1-\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{1}{1+tg^2\alpha}$. Folosim $tg\alpha = \frac{4H}{L}$ și obținem $H_2 = \frac{L^2}{16H}$.	0,5p	
După calcule $\ell = H\left[1-\left(\frac{L}{4H}\right)^2\right]$.	0,5p	
Se confirmă condiția obținută la punctul a)*: lungimea scândurii trebuie să fie pozitivă, ca urmare* $L < 4H$.		
e) Decalajul temporal Δt dintre momentele aruncărilor bilelor este dat de diferența dintre timpii de urcare ai celor două bile până la înălțimile lor maxime: $\Delta t = t_{1u} - t_{2u}$	0,5p	2p
$t_{1u} = \sqrt{\frac{2H}{g}}$	0,5p	
$t_{2u} = \sqrt{\frac{2H_2}{g}} = \frac{L}{4H}\sqrt{\frac{2H}{g}}$.	0,5p	
Obținem: $\Delta t = \sqrt{\frac{2H}{g}}\left(1-\frac{L}{4H}\right)$.	0,5p	

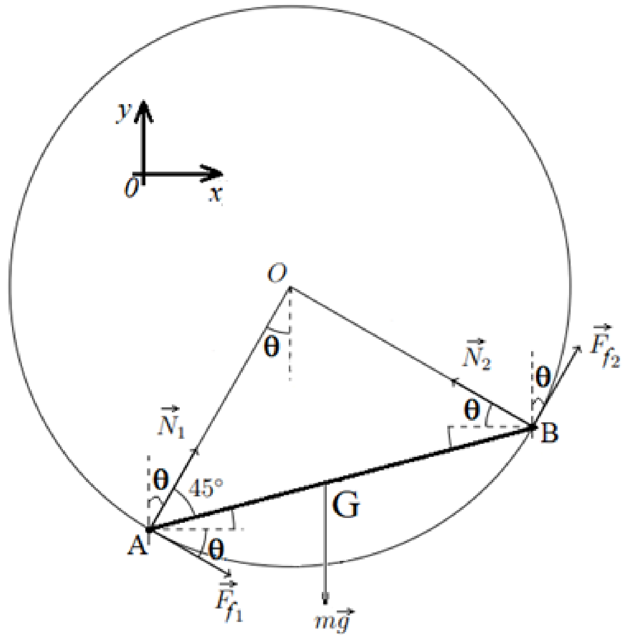
Subiectul 2 **(10 puncte)**

	Parțial	Punctaj
a) $\frac{m}{5} \cdot g = \mu \cdot \frac{4 \cdot m}{5} \cdot g \Rightarrow \mu = 0{,}25$	1p	3p
$m \cdot g - \mu \cdot m \cdot g = 2ma \Rightarrow a = \frac{g}{2} \cdot (1-\mu) = \frac{3}{8} \cdot g$	1p	
$T - \mu \cdot m \cdot \left(1-\frac{x}{L}\right) \cdot g = m \cdot \left(1-\frac{x}{L}\right) \cdot a \Rightarrow T = m \cdot \left(1-\frac{x}{L}\right) \cdot \frac{g}{2} \cdot (1+\mu)$ $= \frac{5}{8} \cdot mg \cdot \left(1-\frac{x}{L}\right)$	1p	
b) Fracțiunea din cablu care se află pe porțiunea înclinată reiese din condiția de echilibru la limita alunecării: $f \cdot m \cdot g \cdot \sin\alpha - \mu \cdot f \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha - \mu \cdot (1-f) \cdot m \cdot g = 0$ $\Rightarrow f = \frac{\mu}{\mu + \sin\alpha - \mu \cdot \cos\alpha}$	1p	4p
Lucrul mecanic efectuat de forțele de frecare: $L_{Ff} = -\left[\frac{\mu \cdot (1-f)^2 \cdot m \cdot g \cdot L}{2} + \frac{\mu \cdot (4-f^2) \cdot m \cdot g \cdot L \cdot \cos\alpha}{2}\right]$	1,3p	
$\Delta E = L_{Ff} \Leftrightarrow E_{pf} + \frac{m \cdot v^2}{2} - E_{pi} = L_{Ff}$	0,5	

Considerăm E_{pg}=0 la nivelul suprafeței orizontale a mesei. Energia potențială inițială a cablului $$E_{pi}=-\frac{f^2\cdot m\cdot g\cdot L\cdot\sin\alpha}{2}$$	0,5	
Energia potențială a cablului în momentul părăsirii suprafeței înclinate $$E_{pf}=-(2\cdot L\cdot\sin\alpha+\frac{L}{2})\cdot m\cdot g$$	0,5	
$$v\cong 1{,}5\cdot\sqrt{g\cdot L}$$ *Observație: În barem este prezentată o abordare energetică. Se poate obține același rezultat și prin alte abordări (analiza accelerației în funcție de coordonată, reprezentare grafică a forței de frecare în funcție de coordonată etc.)*	0,2	
c) Fiecare porțiune de cablu e în cădere liberă deci în momentul în care capătul A e la distanța y față de poziția inițială, bucata de cablu aflată încă în mișcare are viteza $v=\sqrt{2\cdot g\cdot y}$	1p	**3p**
Într-un interval foarte scurt Δt, o porțiune de cablu cu masa Δm și lungimea Δy aflată în contact cu podeaua, se oprește. Forța care determină oprirea ei este: $$\vec{F}=\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}=\frac{0-\Delta m\cdot\vec{v}}{\Delta t}=-\frac{m}{L}\cdot\frac{\Delta y}{\Delta t}\cdot\vec{v}$$ Pentru un Δt foarte mic $\frac{\Delta y}{\Delta t}=v$. Deci forța cu care podeaua acționează asupra porțiunii Δy de cablu este orientată în sens invers vitezei, în sus și are modulul: $$F=\frac{m}{L}\cdot v^2=2\cdot m\cdot\frac{y}{L}\cdot g$$ Reacțiunea forței $\vec{F}$, cu care porțiunea cu masa Δm acționează asupra podelei, are același modul și e orientată în jos.	1p	
Partea de cablu care interacționează cu podeaua este compusă din porțiunea cu lungimea y aflată deja în repaus pe podea și porțiunea Δy analizată mai sus. Apăsarea totală asupra podelei este $F_{total}=G_y+F$, ca urmare: $$F_{total}=m\cdot\frac{y}{L}\cdot g+2\cdot m\cdot\frac{y}{L}\cdot g=3\cdot m\cdot\frac{y}{L}\cdot g$$	1p	

Subiectul 3 **(10 puncte)**

	Parțial	Punctaj
a) Condiția de echilibru la rotație față de punctul G : $T\cdot 3d\sin\alpha=T\cdot 4d\sin\beta\Rightarrow 3\sin\alpha=4\sin\beta$ 	1,5p	**2,5p**
$\sin P=\sin(\pi-\alpha-\beta)=\sin(\alpha+\beta)$	0,5p	
$\sin P=1\Rightarrow P=\frac{\pi}{2}$	0,5p	
b) Condiția la echilibru pe axa orizontală: $T\cdot\cos(\alpha-\phi)=T\cdot\cos(\beta+\phi)\Rightarrow tg\phi=\frac{1}{7}$	1p	**2,5p**
Condiția la echilibru pe axa verticală: $T\cdot\sin(\alpha-\phi)+T\cdot\sin(\beta+\phi)=mg$	1p	
$\frac{T}{mg}=\frac{\sqrt{2}}{2}\cong 0{,}71$	0,5p	

c)		
 		**5p**
Condiția de echilibru la translație: $\begin{cases} oy: N_1\cos\theta - \mu N_1\sin\theta + N_2\sin\theta + \mu N_2\cos\theta - mg = 0 \\ ox: N_1\sin\theta + \mu N_1\cos\theta - N_2\cos\theta + \mu N_2\sin\theta = 0 \end{cases}$	2p	
$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\cos\theta - \mu\sin\theta}{\sin\theta + \mu\cos\theta}$	0,5p	
Condiția de echilibru la rotație în jurul punctului G: $N_1 \cdot AG \cdot \sin 45^\circ - \mu \cdot N_1 \cdot AG \cdot \cos 45^\circ - N_2 \cdot BG \cdot \sin 45^\circ - \mu \cdot N_2 \cdot BG \cdot \cos 45^\circ = 0$ $\frac{N_1}{N_2} = \frac{4(1+\mu)}{3(1-\mu)}$	2p	
$\frac{\cos\theta - \mu\sin\theta}{\sin\theta + \mu\cos\theta} = \frac{4(1+\mu)}{3(1-\mu)} \Rightarrow tg\theta = \frac{3 - 7\mu - 4\mu^2}{4 + 7\mu - 3\mu^2}$	0,5p	

Barem propus de:
prof. Florin Butușină, Colegiul Național "Simion Bărnuțiu" Șimleu Silvaniei
prof. Gabriela Alexandru, Colegiul Național "Grigore Moisil" București
prof. Florina Bărbulescu, CNPEE București

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.