Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare

XII

Problema 1. „*Cutii negre” ... în curent alternativ* **(10 puncte)**

Barem Problema 1		Parțial	Punctaj
a.	**a.1.** Tabelul 1.1.R conține valorile corespunzătoare: (see below)	1,50	3
	Graficele impedanțelor cutiilor CN1 și CN2 în funcție de frecvență sunt reprezentate în Figura 1.1.R. (see below)	1,50	

a.1. Tabelul 1.1.R conține valorile corespunzătoare:

- fiecărui element de circuit din cutiile CN1 și CN2
- frecvenței generatorului
- reactanțelor inductivă și capacitivă, X_L și X_C
- impedanțelor cutiilor CN1 și CN2, Z_{CN1} și Z_{CN2}

Tabelul 1.1.R

R/Ω	L/mH	$C/\mu\text{F}$	ν/Hz	X_L/Ω	X_C/Ω	Z_{CN1}/Ω	Z_{CN2}/Ω
10	60	200	40	15,07	19,90	11,11	9,87
			42	15,83	18,96	10,48	9,95
			44	16,58	18,09	10,11	9,99
			46	17,33	17,31	10,00	10,00
			48	18,09	16,59	10,11	9,99
			50	18,84	15,92	10,42	9,95
			52	19,59	15,31	10,88	9,90
			54	20,35	14,74	11,46	9,83

Precizare:
Punctajele pentru valorile numerice ale mărimilor fizice din Tabelul 1.1.R sunt:

- frecvența de la 40,00 Hz la 54,00 Hz, cu pasul 2,00 Hz: 0,20 puncte
- reactanța inductivă: 0,25 puncte
- reactanța capacitivă: 0,25 puncte
- impedanța cutiei CN1: 0,40 puncte
- impedanța cutiei CN2: 0,40 puncte

Parțial: 1,50

Graficele impedanțelor cutiilor CN1 și CN2 în funcție de frecvență sunt reprezentate în Figura 1.1.R.

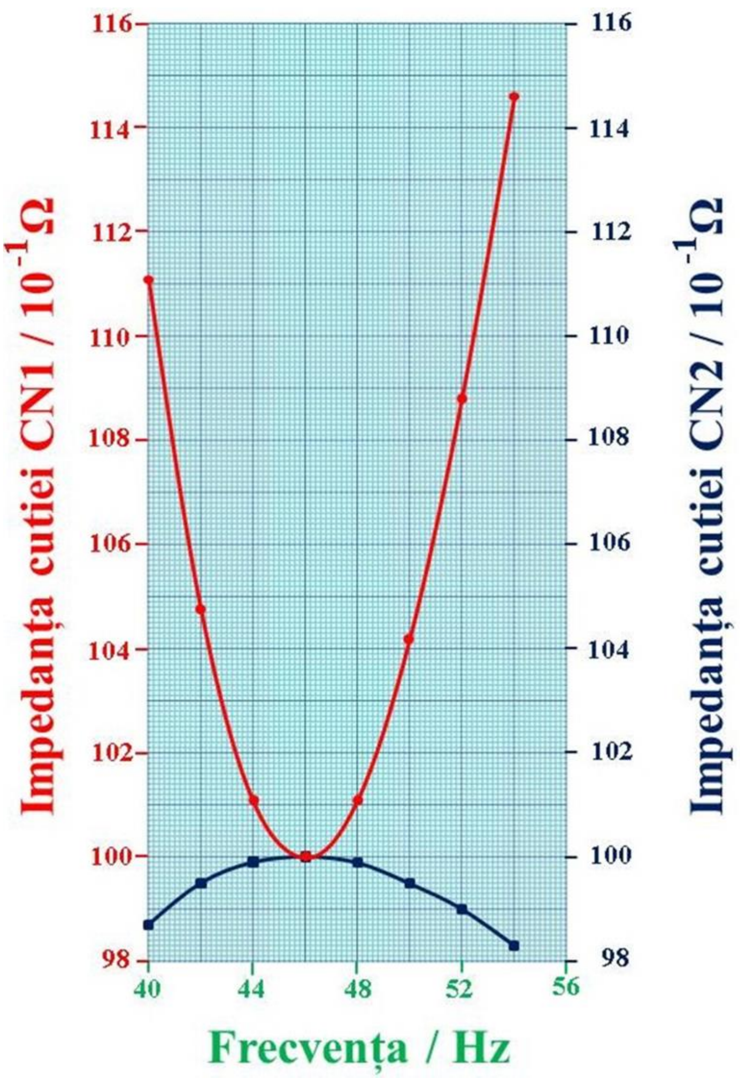
Precizare:
Punctajele pentru graficele din Figura 1.1.R:

- impedanța cutiei CN1 în funcție de frecvență: 0,75 puncte
- impedanța cutiei CN2 în funcție de frecvență: 0,75 puncte

Parțial: 1,50

Punctaj a.: 3

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

	 **Figura 1.1.R**		
b.	**b1.** Dacă se produce un scurtcircuit la instalația de iluminat, atunci puterea absorbită de cutia CN3 este: $$P_{\mathrm{CN3SC}} = UI_{\mathrm{SC}}\cos\varphi$$	0,25	**3**
	unde: $$I_{\mathrm{SC}} = \frac{U}{\sqrt{R_1^2 + (2\pi\nu L)^2}}$$	0,20	
	și $$\cos\varphi = \frac{R_1}{\sqrt{R_1^2 + (2\pi\nu L)^2}}$$	0,20	
	Obținem: $$P_{\mathrm{CN3SC}} = \frac{U^2 R_1}{R_1^2 + (2\pi\nu L)^2}$$	0,20	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare

XII

	Înainte de scurtcitcuit: $U^2 = \left(U' + R_1 I\right)^2 + \left(2\pi\nu L I\right)^2$	0,20	
	Rezistența electrică a rezistorului din cutia CN3 este: $R_1 = \sqrt{\dfrac{U^2}{I^2} - \left(2\pi\nu L\right)^2} - \dfrac{U'}{I}$	0,20	
	Deci: $P_{\text{CN3SC}} = \dfrac{U^2\left[\sqrt{\dfrac{U^2}{I^2} - \left(2\pi\nu L\right)^2} - \dfrac{U'}{I}\right]}{\left[\sqrt{\dfrac{U^2}{I^2} - \left(2\pi\nu L\right)^2} - \dfrac{U'}{I}\right]^2 + \left(2\pi\nu L\right)^2}$	0,25	
	Rezultă: $P_{\text{CN3SC}} = 897{,}73\,\text{W}$; $P_{\text{CN3SC}} = 898\,\text{W}$	0,25	
	b.2. Puterea disipată în instalația de iluminat este: $P = R_{\text{paralel}} I^2$	0,25	
	unde: $I = \dfrac{U}{\sqrt{\left(R_{\text{paralel}} + R_1\right)^2 + \left(2\pi\nu L\right)^2}}$	0,25	
	Puterea disipată în instalația de iluminat este maximă dacă: $\dfrac{\text{d}P}{\text{d}R_{\text{paralel}}} = 0 \Leftrightarrow \dfrac{\text{d}\left[R_{\text{paralel}} \dfrac{U^2}{\left(R_{\text{paralel}} + R_1\right)^2 + \left(2\pi\nu L\right)^2}\right]}{\text{d}R_{\text{paralel}}} = 0$	0,25	
	În urma efectuării calculelor obținem: $R_{\text{paralel}} = \sqrt{R_1^2 + \left(2\pi\nu L\right)^2}$	0,25	
	Rezultă: $R_{\text{paralel}} = 51{,}33\,\Omega$; $R_{\text{paralel}} = 51\,\Omega$	0,25	
c.	**c.1.** Deoarece $Z_{\text{CN}_3} = Z_{\text{CN4}} = Z_{\text{CN5}} = Z$, iar rețeaua electrică este infinită: $\overline{Z}_{\text{n+1}} = \overline{Z} + \dfrac{\overline{Z} \cdot \overline{Z}_{\text{n}}}{\overline{Z} + \overline{Z}_{\text{n}}} = \overline{Z}_{\text{n}}$	0,10	3
	Impedanța rețelei infinite este: $\overline{Z}_{\text{e}} = \overline{Z}_{\text{n}}$	0,10	
	Deci: $\overline{Z}_{\text{e}} = \overline{Z} + \dfrac{\overline{Z} \cdot \overline{Z}_e}{\overline{Z} + \overline{Z}_e}$	0,10	
	Obținem ecuația: $\overline{Z}_{\text{e}}^2 - \overline{Z} \cdot \overline{Z}_e - \overline{Z}^2 = 0$	0,10	
	Soluția acceptată din punct de vedere fizic este: $\overline{Z}_{\text{e}} = \dfrac{\left(1 + \sqrt{5}\right)\overline{Z}}{2}$	0,10	
	Pentru $\overline{Z}_{\text{e}} = 0$ ajungem la: $\overline{Z} = 0$	0,10	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare

XII

	Deci: $$j\left(2\pi\nu_0 L-\frac{1}{2\pi\nu_0 C}\right)=0$$	0,10	
	În fiecare cutie avem un circuit serie LC.	0,10	
	Frecvența generatorului este: $$\nu_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$	0,10	
	Rezultă: $$\nu_0=159{,}24\ \text{Hz};\ \nu_0=159\ \text{Hz}$$	0,10	
	c2. În această situație: $$\overline{V}_{P_1'}=\overline{V}_{P_2'}=\overline{V}_{P_3'}=\ldots=\overline{V}_{P_n'}=0$$	0,10	
	Pot fi scrise relațiile: $$\bar{I}=\frac{\overline{V}_{P_1}-\overline{V}_{P_1'}}{\overline{Z}_e'}=\frac{\overline{V}_{P_1}-\overline{V}_{P_2}}{\overline{Z}_{\text{CN3}}}\Rightarrow\frac{\overline{V}_{P_2}}{\overline{V}_{P_1}}=1-\frac{\overline{Z}_{\text{CN3}}}{\overline{Z}_e'}$$	0,20	
	$$\frac{\overline{V}_{P_2}-\overline{V}_{P_2'}}{\overline{Z}_e'}=\frac{\overline{V}_{P_2}-\overline{V}_{P_3}}{\overline{Z}_{\text{CN4}}}\Rightarrow\frac{\overline{V}_{P_3}}{\overline{V}_{P_2}}=1-\frac{\overline{Z}_{\text{CN4}}}{\overline{Z}_e'}$$	0,20	
	Deoarece $\overline{Z}_{\text{CN3}}=\overline{Z}_{\text{CN4}}$, obținem: $$\frac{\overline{V}_{P_2}}{\overline{V}_{P_1}}\cdot\frac{\overline{V}_{P_3}}{\overline{V}_{P_2}}=\left(1-\frac{\overline{Z}_{\text{CN3}}}{\overline{Z}_e'}\right)^2\Leftrightarrow\frac{\overline{V}_{P_3}}{\overline{V}_{P_1}}=\left(1-\frac{\overline{Z}_{\text{CN3}}}{\overline{Z}_e'}\right)^2$$	0,10	
	Se continuă raționamentul până ajungem la relația: $$\frac{\overline{V}_{P_n}}{\overline{V}_{P_1}}=\left(1-\frac{\overline{Z}_{\text{CN3}}}{\overline{Z}_e'}\right)^{n-1}$$	0,20	
	Dar $\overline{V}_{P_n}=\overline{V}_{P_1}$, rezultă: $$\left(1-\frac{\overline{Z}_{\text{CN3}}}{\overline{Z}_e'}\right)^{n-1}=1$$	0,10	
	Impedanța rețelei infinite este: $$\overline{Z}_\text{e}'=\overline{Z}_{\text{CN3}}+\frac{\overline{Z}_{\text{CN5}}\cdot\overline{Z}_\text{e}'}{\overline{Z}_{\text{CN5}}+\overline{Z}_\text{e}'}$$	0,20	
	Soluția acceptată din punct de vedere fizic este: $$\overline{Z}_\text{e}'=\frac{\overline{Z}_{\text{CN3}}+\sqrt{\overline{Z}_{\text{CN3}}^2+4\overline{Z}_{\text{CN3}}\overline{Z}_{\text{CN5}}}}{2}$$	0,20	
	În continuare avem: $$\left(\frac{-\overline{Z}_{\text{CN3}}+\sqrt{\overline{Z}_{\text{CN3}}^2+4\overline{Z}_{\text{CN3}}\overline{Z}_{\text{CN5}}}}{\overline{Z}_{\text{CN3}}+\sqrt{\overline{Z}_{\text{CN3}}^2+4\overline{Z}_{\text{CN3}}\overline{Z}_{\text{CN5}}}}\right)^{n-1}=1$$	0,10	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare

XII

	Deoarece $\overline{Z}_{\text{CN3}} = j2\pi\nu L$ și $\overline{Z}_{\text{CN5}} = \dfrac{1}{j2\pi\nu C}$, obținem: $$\left(\frac{-j2\pi\nu L + \sqrt{-(2\pi\nu L)^2 + 4\dfrac{L}{C}}}{j2\pi\nu L + \sqrt{-(2\pi\nu L)^2 + 4\dfrac{L}{C}}}\right)^{n-1} = 1$$	0,20	
	Deci: $$\nu = \frac{1}{\pi\sqrt{LC}}$$	0,20	
	Rezultă: $\nu = 318{,}47\ \text{Hz}$; $\nu = 318\ \text{Hz}$	0,20	
Oficiu			**1**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare

XII

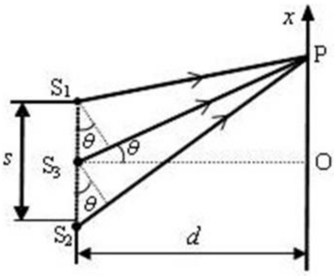
Problema 2. ***Interferența luminii ...*** **(10 puncte)**

Barem Problema 2		**Parțial**	**Punctaj**
a.	Pentru lungimea de undă λ_1 maximul de ordinul k_1 se află față de maximul central la distanța: $x_{k_1} = \frac{k_1 \lambda_1 d}{s}$	0,25	**3**
	Pentru lungimea de undă λ_2 maximul de ordinul k_2 se află față de maximul central la distanța: $x_{k_2} = \frac{k_2 \lambda_2 d}{s}$	0,25	
	Franjele luminoase coincid dacă: $x_{k_1} = x_{k_2}$	0,25	
	Deci: $k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2$	0,25	
	Rezultă: $k_1 = k_2 = 0$ (maxim central)	0,50	
	$k_1 = \pm 2$ și $k_2 = \pm 3$	0,50	
	$\frac{2\lambda_1 d}{s} = \frac{3\lambda_2 d}{s} = \pm 1{,}44\ \text{mm}$ (prima suprapunere a franjelor luminoase)	0,25	
	$k_1 = \pm 4$ și $k_2 = \pm 6$	0,50	
	$\frac{4\lambda_1 d}{s} = \frac{6\lambda_2 d}{s} = \pm 2{,}88\ \text{mm}$ (a doua suprapunere a franjelor luminoase)	0,25	
b.	Pentru radiația cu lungimea de undă λ_1: $\lvert x_{k_1} \rvert = \left\lvert \frac{k_1 \lambda_1 d}{s} \right\rvert \le \frac{\ell}{2}$	0,50	**2,5**
	Obținem mulțimea pozițiile franjelor luminoase: $x_{k_1} = \{0\ \text{mm};\ \pm 0{,}72\ \text{mm};\ \pm 1{,}44\ \text{mm};\ \pm 2{,}14\ \text{mm};\ \pm 2{,}88\ \text{mm}\}$	0,50	
	Pentru radiația cu lungimea de undă λ_2: $\lvert x_{k_2} \rvert = \left\lvert \frac{k_2 \lambda_2 d}{s} \right\rvert \le \frac{\ell}{2}$	0,50	
	Obținem mulțimea pozițiilor franjelor luminoase: $x_{k_2} = \{0\ \text{mm};\ \pm 0{,}48\ \text{mm};\ \pm 0{,}96\ \text{mm};\ \pm 1{,}44\ \text{mm};\ \pm 1{,}92\ \text{mm};\ \pm 2{,}40\ \text{mm};\ \pm 2{,}88\ \text{mm}\}$	0,50	
	Numărul maxim de franje luminoase distincte ce pot fi observate pe ecran este: $N_{\text{max}} = N_{\text{total}} - N_{\text{suprapuse}}$	0,25	
	Rezultă: $N_{\text{max}} = 22 - 2 \cdot 5 = 12$	0,25	
c.	Intensitățile câmpurilor electrice transportate de undele luminoase emise de surse într-un punct P al ecranului, situat la distanța x de centrul ecranului, sunt: $E_1 = E_0 \sin(\omega_1 t - \varphi)$ $E_2 = E_0 \sin(\omega_1 t + \varphi)$ $E_3 = E_0 \sin \omega_1 t$	0,30	**3,5**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare

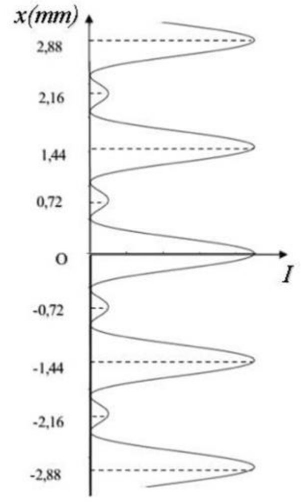
XII

	 **Figura 2.1.R**		
	unde: $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_1}\frac{s}{2}\sin\theta = \frac{\pi s}{\lambda_1}\sin\theta$ $\sin\theta \cong \frac{x}{d}$	0,20	
	Prin urmare: $\varphi \cong \frac{\pi x s}{\lambda_1 d}$	0,20	
	Intensitatea câmpului electric rezultant este: $E = E_1 + E_2 + E_3 = E_0(1 + 2\cos\varphi)\sin\omega_1 t$	0,20	
	Intensitatea luminoasă este: $I = I_0(1 + 2\cos\varphi)^2$	0,20	
	Extremele intensității luminoase se obțin din relația: $\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}\varphi} = 0 \Rightarrow \sin\varphi(1 + 2\cos\varphi) = 0$	0,20	
	Maximele principale (absolute) de interferență se obțin din relația: $\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi x s}{\lambda_1 d} = 2k\pi$	0,20	
	Pozițiile franjelor luminoase corespunzătoare sunt: $x'_{k_1} = \frac{2k_1\lambda_1 d}{s}$	0,20	
	Din condiția $\lvert x'_{k_1}\rvert \le \frac{\ell}{2}$ găsim numeric pozițiile maximelor principale: $x'_{k_1} = \{0\ \text{mm}; \pm 1{,}44\ \text{mm}; \pm 2{,}88\ \text{mm}\}$	0,20	
	Maximele secundare (relative) de interferență se obțin din relația: $\cos\varphi = -1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi x s}{\lambda_1 d} = (2k+1)\pi$	0,20	
	Pozițiile franjelor luminoase corespunzătoare sunt: $x''_{k_2} = \frac{(2k_2+1)\lambda_1 d}{s}$	0,20	
	Din condiția $\lvert x''_{k_2}\rvert \le \frac{\ell}{2}$ rezultă numeric, pozițiile maximelor secundare: $x''_{k_2} = \{\pm 0{,}72\ \text{mm}; \pm 2{,}16\ \text{mm}\}$	0,20	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare

XII

	Minimele de interferență (nule) corespund condiției: $\cos\varphi = -\frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi x s}{\lambda_1 d} = \pm\frac{2\pi}{3} + 2k\pi$	0,20	
	Pozițiile minimelor sunt: $x'''_{k_3} = \frac{\left(k_3 \pm \frac{1}{3}\right)2\lambda_1 d}{s}$	0,20	
	În interiorul pătratului se vor găsi numai franjele de minim ce respectă condiția $\left\lvert x'''_{k_3}\right\rvert \le \frac{\ell}{2}$, de unde găsim numeric, pozițiile minimelor: $x'''_{k_3} = \{\pm 0{,}48\ \text{mm};\ \pm 0{,}96\ \text{mm};\ \pm 1{,}92\ \text{mm};\ \pm 2{,}40\ \text{mm}\}$	0,20	
	Din expresia intensității luminoase, obținem: $\frac{I_{\text{max. principale}}}{I_{\text{max. secundare}}} = \frac{I_0(1+2\cos 2k\pi)^2}{I_0[1+2\cos(2k+1)\pi]^2}$  **Figura 2.2.R**	0,20	
	Rezultă: $\frac{I_{\text{max. principale}}}{I_{\text{max. secundare}}} = 9$	0,20	
Oficiu			**1**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Problema 3. ***TRR – Invarianța vitezei luminii*** **(10 puncte)**

<table>
<tr><th colspan="2">Barem Problema 3</th><th>Parțial</th><th>Total</th></tr>
<tr><td>a.</td><td>
1) Din Figura 3.1, unde punctul P, aparține deopotrivă sistemelor inerțiale R și R' rezultă:

$$\vec r\,' = \vec r\,'_{//} + \vec r\,'_{\perp},$$

unde $\vec r\,'_{//}$ și $\vec r\,'_{\perp}$ sunt componentele lui $\vec r\,'$, paralelă și respectiv perpendiculară pe direcția mișcării (direcția al cărui versor este $\vec j$);

$$\vec r\,'\vec j = \vec r\,'_{//}\vec j + \vec r\,'_{\perp}\vec j\,;\ \vec r\,'\vec j = r'_{//} = y';\ (\vec r\,'\vec j\,)\,\vec j = r'_{//}\vec j = \vec r\,'_{//}\,;$$

$$\vec r\,'_{\perp} = \vec r\,' - \vec r\,'_{//} = \vec r\,' - (\vec r\,'\vec j\,)\,\vec j\,;\ \vec r\,'_{\perp} = (\vec j\vec j\,)\,\vec r\,' - (\vec r\,'\vec j\,)\,\vec j\,;$$

$$\vec r\,'_{\perp} = \vec j \times (\vec r\,' \times \vec j\,);\ \vec r = \vec r_{//} + \vec r_{\perp},$$

unde $\vec r_{//}$ și $\vec r_{\perp}$ sunt componentele lui $\vec r$, paralelă și respectiv perpendiculară pe direcția mișcării;

$$\vec r\vec j = \vec r_{//}\vec j + \vec r_{\perp}\vec j\,;\ \vec r\vec j = r_{//} = y;\ (\vec r\vec j\,)\,\vec j = r_{//}\vec j = \vec r_{//}\,;$$

$$\vec r_{\perp} = \vec r - (\vec r\vec j\,)\,\vec j\,;\ \vec r_{\perp} = (\vec j\vec j\,)\,\vec r - (\vec r\vec j\,)\,\vec j\,;\ \vec r_{\perp} = \vec j \times (\vec r \times \vec j\,).$$

Deoarece planele XOZ și X′O′Z′ sunt paralele, atunci, așa cum indică Figura 3.1.R, avem:

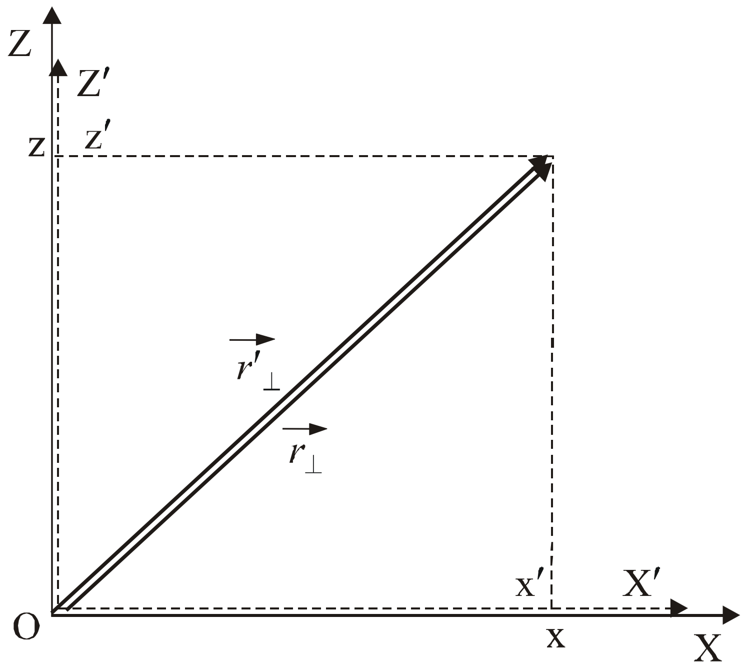


Figura 3.1.R

$$\vec r\,'_{\perp} = \vec r_{\perp}\,;\ \vec j \times (\vec r\,' \times \vec j\,) = \vec j \times (\vec r \times \vec j\,),$$

sau, având în vedere proprietatea dublului produs vectorial, obținem, ceea ce este echivalent:

$$\vec r\,' - (\vec r\,'\vec j\,)\,\vec j = \vec r - (\vec r\vec j\,)\,\vec j\,,$$

reprezentând prima relație vectorială din grupul vectorial al transformărilor Lorentz, astfel încât în ea sunt incluse (conținute) relațiile scalare: $x' = x$; $z' = z$.
</td><td>0,50</td><td>5</td></tr>
</table>

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

	Pe de altă parte, pe baza rezultatelor anterioare, a treia relație scalară din grupul transformărilor Lorentz speciale: $y' = \dfrac{y-u\cdot t}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$, unde: $$y'=\left(x'\cdot\vec{i}\,'+y'\cdot\vec{j}\,'+z'\cdot\vec{k}\,'\right)\cdot\vec{j}=x'\cdot\left(\vec{i}\,'\cdot\vec{j}\right)+y'\cdot\left(\vec{j}\,'\cdot\vec{j}\right)+z'\cdot\left(\vec{k}\,'\cdot\vec{j}\right);$$ $$\vec{i}\,'\cdot\vec{j}=0;\ \vec{j}\,'\cdot\vec{j}=1;\ \vec{k}\,'\cdot\vec{j}=0;\ y'=\vec{r}\,'\cdot\vec{j}=y';$$ $$y=\left(x\cdot\vec{i}+y\cdot\vec{j}+z\cdot\vec{k}\right)\cdot\vec{j}=x\cdot\left(\vec{i}\cdot\vec{j}\right)+y\cdot\left(\vec{j}\cdot\vec{j}\right)+z\cdot\left(\vec{k}\cdot\vec{j}\right);$$ $$\vec{i}\cdot\vec{j}=0;\ \vec{j}\cdot\vec{j}=1;\ \vec{k}\cdot\vec{j}=0;\ y=\vec{r}\cdot\vec{j}=y;$$ astfel încât obținem: $$y'=\frac{y-u\cdot t}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}};\ \vec{r}\,'\cdot\vec{j}=\frac{\vec{r}\cdot\vec{j}-u\cdot t}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}};\ \left(\vec{r}\,'\cdot\vec{j}\right)\cdot\vec{j}=\frac{\left(\vec{r}\cdot\vec{j}\right)\cdot\vec{j}-u\cdot\vec{j}\cdot t}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}};$$	0,50	
	Din cele două relații vectoriale obținute anterior, rezultă: $$\vec{r}\,'-\left(\vec{r}\,'\cdot\vec{j}\right)\cdot\vec{j}=\vec{r}-\left(\vec{r}\cdot\vec{j}\right)\cdot\vec{j};\ \vec{r}\,'=\vec{r}-\left(\vec{r}\cdot\vec{j}\right)\cdot\vec{j}+\left(\vec{r}\,'\cdot\vec{j}\right)\cdot\vec{j};$$ $$\vec{r}\,'=\vec{r}-\left(\vec{r}\cdot\vec{j}\right)\cdot\vec{j}+\frac{\left(\vec{r}\cdot\vec{j}\right)\cdot\vec{j}-u\cdot\vec{j}\cdot t}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}};\ \vec{u}=u\cdot\vec{j};\ \vec{j}=\frac{\vec{u}}{u};$$ $$\vec{r}\,'=\vec{r}-\left(\vec{r}\cdot\frac{\vec{u}}{u}\right)\cdot\frac{\vec{u}}{u}+\frac{\left(\vec{r}\cdot\frac{\vec{u}}{u}\right)\cdot\frac{\vec{u}}{u}-\vec{u}\cdot t}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}};\ \vec{r}\,'=\vec{r}-\frac{\left(\vec{r}\cdot\vec{u}\right)\cdot\vec{u}}{u^2}+\frac{\frac{\left(\vec{r}\cdot\vec{u}\right)\cdot\vec{u}}{u^2}-\vec{u}\cdot t}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}};$$ $$\vec{r}\,'=\vec{r}-\frac{\left(\vec{r}\cdot\vec{u}\right)\cdot\vec{u}}{u^2}\cdot\left(1-\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\right)-\frac{\vec{u}\cdot t}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}};\ \Gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}};$$ $$\vec{r}\,'=\vec{r}-\frac{\left(\vec{r}\cdot\vec{u}\right)\cdot\vec{u}}{u^2}\cdot\left(1-\Gamma\right)-\Gamma\cdot\vec{u}\cdot t;\ \vec{r}\,'=\vec{r}+\frac{\left(\vec{r}\cdot\vec{u}\right)\cdot\vec{u}}{u^2}\cdot\left(\Gamma-1\right)-\Gamma\cdot\vec{u}\cdot t;$$ $$\vec{r}\,'=\vec{r}+\vec{u}\cdot\left[\left(\Gamma-1\right)\frac{\vec{u}\cdot\vec{r}}{u^2}-\Gamma\cdot t\right],$$ reprezentând forma vectorială generală a grupului de transformări speciale Lorentz, la care trebuie să adăugăm:	0,50	
	$$t'=\frac{t-\frac{u}{c^2}\cdot y}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}};\ u\cdot y=u\cdot r_{//}=u\cdot\left(\vec{r}\cdot\vec{j}\right)=\vec{r}\cdot\left(u\cdot\vec{j}\right)=\vec{r}\cdot\vec{u};\ t'=\frac{t-\frac{\vec{r}\cdot\vec{u}}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}.$$	0,50	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare

XII

<table>
<tr>
<td></td>
<td>

2) Așa cum indică desenul din Figura 3.2.R, exisă relațiile:

$$\vec r' = \vec r'_{//} + \vec r'_{\perp};\quad \vec r = \vec r_{//} + \vec r_{\perp};$$

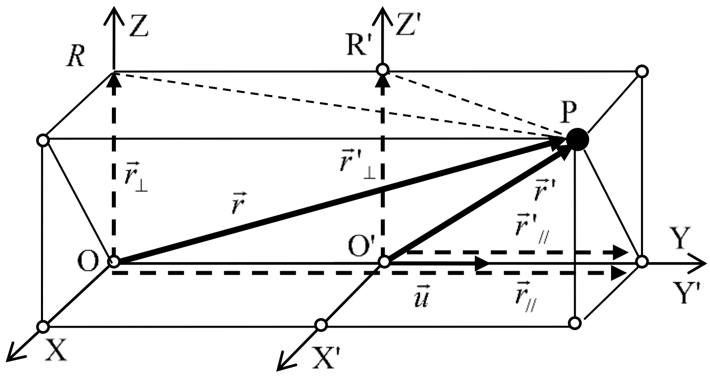


Figura 3.2.R

</td>
<td>0,50</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>

$$\vec r'_{//} + \vec r'_{\perp} = \vec r_{//} + \vec r_{\perp} + \vec u \cdot \left[(\Gamma - 1)\frac{\vec u \cdot (\vec r_{//} + \vec r_{\perp})}{u^2} - \Gamma \cdot t \right];$$

$$\vec r'_{//} + \vec r'_{\perp} = \vec r_{//} + \vec r_{\perp} + \vec u \cdot \left[(\Gamma - 1)\frac{\vec u \cdot \vec r_{//} + \vec u \cdot \vec r_{\perp}}{u^2} - \Gamma \cdot t \right];$$

</td>
<td>0,50</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>

$$\vec u \cdot \vec r_{\perp} = 0;$$

$$\vec r'_{//} + \vec r'_{\perp} = \vec r_{//} + \vec r_{\perp} + \vec u \cdot \left[(\Gamma - 1)\frac{\vec u \cdot \vec r_{//}}{u^2} - \Gamma \cdot t \right];$$

$$\vec r'_{//} + \vec r'_{\perp} = \vec r_{//} + \vec r_{\perp} + \left[(\Gamma - 1)\frac{\vec u \cdot (\vec u \cdot \vec r_{//})}{u^2} - \Gamma \cdot \vec u \cdot t \right];$$

$$\vec r'_{//} + \vec r'_{\perp} = \vec r_{//} + \vec r_{\perp} + \left[(\Gamma - 1)\frac{(\vec u \cdot \vec u) \cdot \vec r_{//}}{u^2} - \Gamma \cdot \vec u \cdot t \right];$$

$$\vec r'_{//} + \vec r'_{\perp} = \vec r_{//} + \vec r_{\perp} + \left[(\Gamma - 1)\frac{u^2 \cdot \vec r_{//}}{u^2} - \Gamma \cdot \vec u \cdot t \right];$$

$$\vec r'_{//} + \vec r'_{\perp} = \vec r_{//} + \vec r_{\perp} + \left[(\Gamma - 1) \cdot \vec r_{//} - \Gamma \cdot \vec u \cdot t \right];$$

$$\vec r'_{//} + \vec r'_{\perp} = \vec r_{//} + \vec r_{\perp} + (\Gamma - 1) \cdot \vec r_{//} - \Gamma \cdot \vec u \cdot t;$$

$$\vec r'_{//} + \vec r'_{\perp} = \vec r_{//} + \vec r_{\perp} + \Gamma \cdot \vec r_{//} - \vec r_{//} - \Gamma \cdot \vec u \cdot t;$$

$$\vec r'_{//} + \vec r'_{\perp} = \vec r_{\perp} + \Gamma \cdot \vec r_{//} - \Gamma \cdot \vec u \cdot t;$$

$$\vec r'_{\perp} = \vec r_{\perp};\quad \vec r'_{//} = \Gamma \cdot (\vec r_{//} - \vec u \cdot t).$$

</td>
<td>0,50</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>

3) Adăugând și relația dată în enunțul problemei:

$$t' = \Gamma \cdot \left(t - \frac{\vec u \cdot \vec r}{c^2} \right),$$

rezultă:

$$\mathrm{d}\vec r'_{//} = \Gamma \cdot (\mathrm{d}\vec r_{//} - \vec u \cdot \mathrm{d}t);\ \mathrm{d}t' = \Gamma \cdot \left(\mathrm{d}t - \frac{\vec u}{c^2} \cdot \mathrm{d}\vec r \right);$$

</td>
<td>1,00</td>
<td></td>
</tr>
</table>

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

	$$\vec{v}'_{//}=\frac{d\vec{r}'_{//}}{dt'}=\frac{\Gamma\cdot\left(d\vec{r}_{//}-\vec{u}\cdot dt\right)}{\Gamma\cdot\left(dt-\frac{\vec{u}}{c^2}\cdot d\vec{r}\right)};$$ $$\vec{v}'_{//}=\frac{\left(d\vec{r}_{//}-\vec{u}\cdot dt\right)}{\left(dt-\frac{\vec{u}}{c^2}\cdot d\vec{r}\right)}=\frac{\left(\frac{d\vec{r}_{//}}{dt}-\vec{u}\right)\cdot dt}{\left(1-\frac{\vec{u}}{c^2}\cdot\frac{d\vec{r}}{dt}\right)\cdot dt};$$ $$\frac{d\vec{r}_{//}}{dt}=\vec{v}_{//};\ \frac{d\vec{r}}{dt}=\vec{v};\ \vec{v}'_{//}=\frac{\left(\frac{d\vec{r}_{//}}{dt}-\vec{u}\right)}{\left(1-\frac{\vec{u}}{c^2}\cdot\vec{v}\right)};\ \vec{v}'_{//}=\frac{\vec{v}_{//}-\vec{u}}{\left(1-\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{c^2}\right)};$$		
	$$\vec{r}'_{\perp}=\vec{r}_{\perp};\ d\vec{r}'_{\perp}=d\vec{r}_{\perp};$$ $$\vec{v}'_{\perp}=\frac{d\vec{r}'_{\perp}}{dt'}=\frac{d\vec{r}_{\perp}}{\Gamma\cdot\left(dt-\frac{\vec{u}}{c^2}\cdot d\vec{r}\right)}=\frac{d\vec{r}_{\perp}}{\Gamma\cdot dt\cdot\left(1-\frac{\vec{u}}{c^2}\cdot\frac{d\vec{r}}{dt}\right)};\ \frac{d\vec{r}}{dt}=\vec{v};$$ $$\vec{v}'_{\perp}=\frac{\vec{v}_{\perp}}{\Gamma\cdot\left(1-\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{c^2}\right)};\ \Gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}};\ \vec{v}'_{\perp}=\frac{\vec{v}_{\perp}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}\cdot\left(1-\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{c^2}\right)}.$$	0,50	
	Cunoscând semnificațiile unghiurilor θ și respectiv θ', precizate în enunțul problemei, și notate în desenul din Figura 3.1, precum și semnificațiile mărimilor din relațiile stabilite anterior: $$\vec{v}'_{//}=\frac{\vec{v}_{//}-\vec{u}}{\left(1-\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{c^2}\right)};\ \vec{v}'_{\perp}=\frac{\vec{v}_{\perp}}{\Gamma\cdot\left(1-\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{c^2}\right)},$$ rezultă: $$v'_{//}=\frac{v_{//}-u}{\left(1-\frac{u\cdot v\cdot\cos\theta}{c^2}\right)};\ v'\cdot\cos\theta'=\frac{v\cdot\cos\theta-u}{\left(1-\frac{u\cdot v\cdot\cos\theta}{c^2}\right)};$$	0,50	
b.	$$v'_{\perp}=\frac{v_{\perp}}{\Gamma\cdot\left(1-\frac{u\cdot v\cdot\cos\theta}{c^2}\right)};\ v'\cdot\sin\theta'=\frac{v\cdot\sin\theta}{\Gamma\cdot\left(1-\frac{u\cdot v\cdot\cos\theta}{c^2}\right)};$$	0,50	**2**
	$$\mathrm{tg}\,\theta'=\frac{v\cdot\sin\theta}{\Gamma\cdot\left(1-\frac{u\cdot v\cdot\cos\theta}{c^2}\right)}\cdot\frac{1-\frac{u\cdot v\cdot\cos\theta}{c^2}}{v\cdot\cos\theta-u};$$ $$\mathrm{tg}\,\theta'=\frac{v\cdot\sin\theta}{\Gamma\cdot\left(v\cdot\cos\theta-u\right)};\ \Gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}};\ \mathrm{tg}\,\theta'=\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}\cdot\frac{v\cdot\sin\theta}{\left(v\cdot\cos\theta-u\right)};$$	0,50	

	În particular, dacă particula P este un foton, rezultă: $$\mathrm{v}=c;$$ $$\mathrm{tg}\,\theta'=\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}\cdot\frac{c\cdot\sin\theta}{(c\cdot\cos\theta-u)}=\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}\cdot\frac{c\cdot\sin\theta}{c\cdot\left(\cos\theta-\frac{u}{c}\right)};$$ $$\mathrm{tg}\,\theta'=\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}\cdot\frac{\sin\theta}{\left(\cos\theta-\frac{u}{c}\right)}.$$	0,50	
c.	Dacă $\theta=0,$ ceea ce înseamnează că, în raport cu sistemul inerțial fix, R, particula P se deplasează paralel cu axa OY, atunci, în acord cu relația stabilită anterior: $$\mathrm{tg}\,\theta'=\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}\cdot\frac{\sin\theta}{\left(\cos\theta-\frac{u}{c}\right)},$$ rezultă că și $\theta'=0,$ ceea ce dovedește că deplasarea particulei, în raport cu sistemul inerțial mobil, $\mathrm{R}',$ este paralelă cu axa $\mathrm{O'Y'}$.	0,50	2
	În aceste condiții, rezultă: $$\mathrm{v}=\mathrm{v}_{//};\ \mathrm{v}'=\mathrm{v}'_{//},$$ astfel încât, din relația stabilită deja: $$\vec{\mathrm{v}}'_{//}=\frac{\vec{\mathrm{v}}_{//}-\vec{u}}{\left(1-\frac{\vec{u}\cdot\vec{\mathrm{v}}}{c^2}\right)},$$ obținem: $$\mathrm{v}'_{//}=\frac{\mathrm{v}-u}{\left(1-\frac{u\cdot\mathrm{v}}{c^2}\right)}=\mathrm{v}';\ \mathrm{v}'^2=\frac{(\mathrm{v}-u)^2}{\left(1-\frac{u\cdot\mathrm{v}}{c^2}\right)^2};\ \frac{\mathrm{v}'^2}{c^2}=\frac{\left(\frac{\mathrm{v}-u}{c}\right)^2}{\left(1-\frac{u\cdot\mathrm{v}}{c^2}\right)^2};$$	0,50	
	$$1-\frac{\mathrm{v}'^2}{c^2}=1-\left(\frac{\frac{\mathrm{v}-u}{c}}{1-\frac{u\cdot\mathrm{v}}{c^2}}\right)^2=\frac{\left(1-\frac{u\cdot\mathrm{v}}{c^2}\right)^2-\left(\frac{\mathrm{v}-u}{c}\right)^2}{\left(1-\frac{u\cdot\mathrm{v}}{c^2}\right)^2};$$ $$1-\frac{\mathrm{v}'^2}{c^2}=\frac{1-2\cdot\frac{u\cdot\mathrm{v}}{c^2}+\frac{u^2\cdot\mathrm{v}^2}{c^4}-\frac{\mathrm{v}^2-2\mathrm{v}\cdot u+u^2}{c^2}}{\left(1-\frac{u\cdot\mathrm{v}}{c^2}\right)^2}=$$ $$=\frac{1-2\cdot\frac{u\cdot\mathrm{v}}{c^2}+\frac{u^2\cdot\mathrm{v}^2}{c^4}-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}+2\cdot\frac{\mathrm{v}\cdot u}{c^2}-\frac{u^2}{c^2}}{\left(1-\frac{u\cdot\mathrm{v}}{c^2}\right)^2};$$	1,00	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare

XII

	$$1-\frac{v'^2}{c^2}=\frac{1+\frac{u^2\cdot v^2}{c^4}-\frac{v^2}{c^2}-\frac{u^2}{c^2}}{\left(1-\frac{u\cdot v}{c^2}\right)^2}=\frac{1-\frac{v^2}{c^2}-\frac{u^2}{c^2}\cdot\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}{\left(1-\frac{u\cdot v}{c^2}\right)^2};$$ $$1-\frac{v'^2}{c^2}=\frac{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)\cdot\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)}{\left(1-\frac{u\cdot v}{c^2}\right)^2}.$$ În particular, dacă particula P este un foton, rezultă: $$v=c;$$ $$1-\frac{v'^2}{c^2}=0;\ \ v'=c,$$ ceea ce dovedește invarianța vitezei luminii față de oricare sistem de referință inerțial.		
Oficiu			**1**

Barem propus de:
Prof. Dr. Luciu ALEXANDRESCU, Colegiul Național „Dr. Ioan Meșotă”, Brașov
Prof. Dr. Gabriel FLORIAN, Colegiul Național „Carol I”, Craiova
Prof. Cristian MIU, Colegiul Național „Ion Minulescu”, Slatina
Prof. Dr. Mihail SANDU, Liceul Tehnologic de Turism, Călimănești

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.