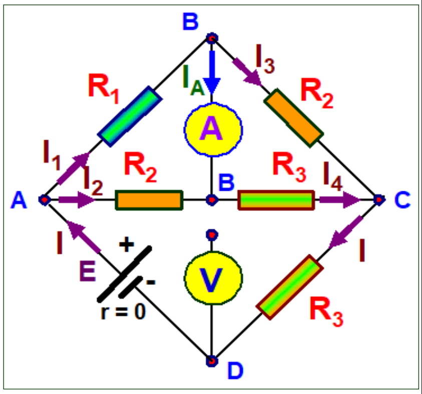
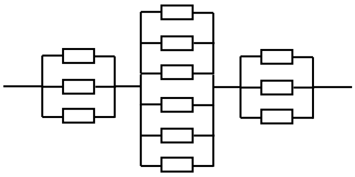
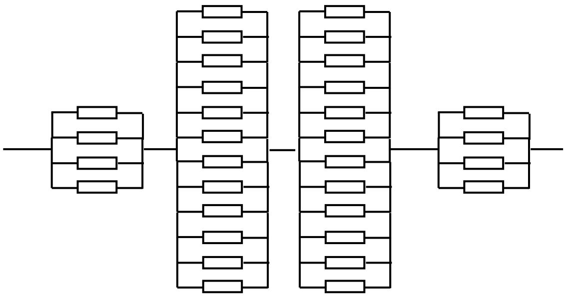
**Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a olimpiadei de fizică**
**19 martie 2022**
**Barem de evaluare și de notare**


**XI**

## BAREM DE CORECTARE → Clasa a XI-a

| **Subiect 1 – ELECTROCINETICĂ** | **Parţial** | **Punctaj** |
|---|---|---|
| **Barem Subiect 1** | | **10** |
| **Subiectul 1 A. a)** | **3** | |
| Voltmetrul fiind ideal el nu influenţează starea electrică a circuitului şi în acest caz putem să-l deconectăm din circuit ca în schema electrică următoare:<br><br><br>Însă deşi curentul electric ce trece prin voltmetrul ideal este nul $I_V \to 0$, şi | **0,25** | **3** |
| $R_V \to +\infty$ conform legii lui Ohm pentru o porţiune de circuit tensiunea indicată de voltmetrul ideal conectat în circuit este diferită de zero;<br>$U_V = I_V \cdot R_V = finit$. | **0,25** | |
| Notăm cu $I$, intensitatea curentului electric debitat de sursa electrică ideală, cu $I_1$ intensitatea curentului prin rezistorul $R_1$, cu $I_2$ intensitatea curentului prin rezistorul $R_2$ prin latura **AB**, $I_A$ intensitatea curentului prin ampermetrul ideal, ş,a,m,d, (vezi schema electrică de mai sus),<br>Tensiunea electrică indicată de voltmetrul ideal va fi:<br>$U_V = U_{BD} = U_{BC} + U_{CD}$ (1) | **0,50** | |
| Aplicând prima lege a lui Kirchhoff în nodurile electrice **A**, **B** şi respectiv **C,** şi ţinem cont că tensiunea electrică la bornele ampermetrului ideal este nulă, obţinem:<br>➢ Nodul A ; $I = I_1 + I_2$<br>➢ Nodul B (superior!) : $I_1 = I_A + I_3$<br>➢ Nodul C ; $I = I_3 + I_4$ | **0,50** | |
| iar din legea lui Ohm pentru o porţiune de circuit : $I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 = U_{AB}$, $I_4 \cdot R_3 = I_3 \cdot R_2 = U_{BC}$. | **0,50** | |
| Înlocuim cu valorile numerice găsim: $I_1 = 2 \cdot I_2$; $2 \cdot I_3 = 3 \cdot I_4$ ; $I_1 = \frac{2 \cdot I}{3}$;<br>$I_2 = \frac{I}{3}$; $I_3 = \frac{3 \cdot I}{5}$; $I_4 = \frac{2 \cdot I}{5}$; $I_A = I_1 - I_3 = \frac{I}{15} = 2A$. Obţinem; $I = 30$ A. | **0,50** | |
| Obţinem în final tensiunea electrică indicată de voltmetrul $U_V = U_{BD} = U_{BC} + U_{CD} = I_4 \cdot R_3 + I \cdot R_3 = R_3(I_4 + I) = I_A = 126\,\text{V}$. | **0,50** | |

| **Subiectul 1 A. b)** | **3** | |
|---|---|---|
| Pentru „cub unidimensional”:<br>$R_e = R = 1\ \Omega$ | **0,25** | **3** |
| Pentru „cub bidimensional”:<br>$R_e = R = 1\ \Omega$ | **0,25** | |
| Pentru „cub tridimensional”, circuitul echivalent (având în vedere punctele echipotențiale) este:<br><br>$R_e = \frac{5}{6}R = 0{,}888\Omega$ | **0,75** | |
| Pentru „cub cvadridimensional”, circuitul echivalent (având în vedere punctele echipotențiale):<br><br>$R_e = \frac{2}{3}R = 0{,}666\Omega$ | **0,75** | |
| Notând cu $n$ dimensiunea cubului, numărul rezistorilor din rețeaua electrică este $n \cdot 2^{n-1}$.<br>Numărul rezistorilor legați la punctele terminale (A și B) este egal cu $n$, deci prima și ultima grupare în paralel conține $n$ rezistoare. Identificând punctele echipotențiale găsim că numărul grupărilor în serie coincide cu $n$.<br>Numărul rezistorilor din grupările în paralel se poate determina cu relația<br>$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$<br>unde $k$ este numărul de ordine al grupării în paralel dintre două puncte echipotențiale consecutive din rețeaua electrică.<br>Rezistența circuitului echivalent este:<br>$R_e = \frac{R}{C_n^1} + \frac{R}{2C_n^2} + \frac{R}{3C_n^3} + \ \dots + \frac{R}{nC_n^n}$ | **1** | |

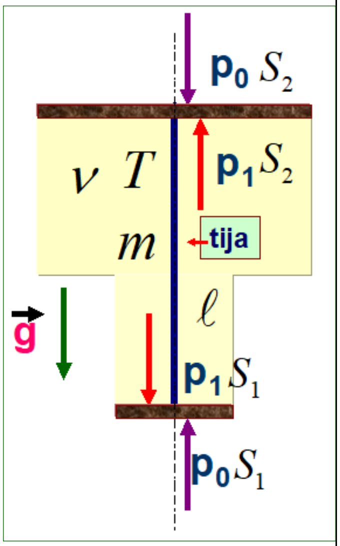
| **Subiectul 1 B.** | **3** | |
|---|---|---|

Condiţia de echilibru al pistonului este:

$p_0 \cdot S_2 + p_1 \cdot S_1 + m \cdot g = p_1 \cdot S_2 + p_0 \cdot S_1$;

$p_0 \cdot (S_2 - S_1) + m \cdot g = p_1 \cdot (S_2 - S_1)$;

$p_1 = p_0 + \dfrac{m \cdot g}{(S_2 - S_1)}$ ............................................ **0,25**




Forţa de revenire spre poziţia de echilibru a sistemului fizic este: $F_{revenire} = \Delta p \cdot (S_2 - S_1)$ **0,25**

.................................

**a.)** Din legea transformării izoterme (legea Boyle – Mariotte ) avem: $p \cdot V = const.$ şi prin diferenţiere obţinem: **0,25**

$p \cdot \Delta V + V \cdot \Delta p = 0$. Rezultă $\dfrac{\Delta p}{\Delta V} = -\dfrac{p}{V}$ . **0,25**

$\Delta p = \left| -\dfrac{p}{V} \cdot \Delta V \right| = \dfrac{p}{V} \cdot \Delta V = \dfrac{p_1}{V_1}(S_2 - S_1) \cdot x$. **0,25**

$\Delta p = \dfrac{p_1^2}{\nu R T}(S_2 - S_1) \cdot x$; **0,25**

$F_{revenire} = \dfrac{p_1^2}{\nu R T}(S_2 - S_1)^2 \cdot x$ . ................................................................. **3**

$\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = p_1 \cdot (S_2 - S_1)\sqrt{\dfrac{1}{m \cdot \nu \cdot R \cdot T}}$ ; ................................................... **0,25**

$\omega = \dfrac{p_0 (S_2 - S_1) + m \cdot g}{\sqrt{m \cdot \nu \cdot R \cdot T}}$ ; $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi \dfrac{\sqrt{m \cdot \nu \cdot R \cdot T}}{m \cdot g + p_0 \cdot (S_2 - S_1)}$ . ......................... **0,50**

**b.)** Din legea transformării adiabatice (legea Poisson ) avem:

$p \cdot V^{\gamma} = const.$ şi prin diferenţiere obţinem:

$\Delta p \cdot V^{\gamma} + p \cdot \gamma \cdot V^{\gamma - 1} \cdot \Delta V = 0$. Rezultă $\dfrac{\Delta p}{\Delta V} = -\gamma \dfrac{p}{V}$

. .............................. **0,25**

$\Delta p = \left| -\gamma \dfrac{p}{V} \cdot \Delta V \right| = \gamma \dfrac{p}{V} \cdot \Delta V = \gamma \dfrac{p_1}{V_1}(S_2 - S_1) \cdot x$ .

$\Delta p = \gamma \cdot \dfrac{p_1^2}{\nu R T}(S_2 - S_1) \cdot x$;

$F_{revenire} = \gamma \dfrac{p_1^2}{\nu R T}(S_2 - S_1)^2 \cdot x$; $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = p_1 \cdot (S_2 - S_1)\sqrt{\dfrac{\gamma}{m \cdot \nu \cdot R \cdot T}}$ ;

$T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi \dfrac{\sqrt{m \cdot \nu \cdot R \cdot T / \gamma}}{m \cdot g + p_0 \cdot (S_2 - S_1)}$ . ................................................................ **0,50**

| **Oficiu Subiectul 1** | | **1** |
|---|---|---|

| Subiectul 2 | | 10 |
|---|---|---|
| **Subiectul 2 A. – Sisteme oscilante simple** | | 5 |
| **a)**<br>Pentru o deformare radială a inelului cu $x = R - R_0$, energia potențială elastică este:<br>$E_p = \frac{1}{2}k(2\pi x)^2 = \frac{1}{2}\underbrace{(2\pi)^2 k}_{k_e} x^2$<br>Constanta elastică echivalentă este:<br>$k_e = (2\pi)^2 k$<br>Energia cinetică este:<br>$E_c = \frac{1}{2}mv^2$<br>în care $v = \frac{dx}{dt}$. Rezultă:<br>$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_e}}$<br>Perioada de oscilație este:<br>$T = \sqrt{\frac{m}{k}}$<br>Din conservarea energiei de oscilație, se obține:<br>$\frac{1}{2}mv_{max}^2 = \frac{1}{2}k_e\left(\frac{R_{max}-R_{min}}{2}\right)^2$<br>Se obține:<br>$v_{max} = \pi(R_{max} - R_{min})\sqrt{\frac{k}{m}}$ | **0,25**<br>**0,50**<br>**0,25**<br>**0,25**<br>**0,50**<br>**0,25** | 2 |
| **b)**<br>Pentru o deplasare *x* (mică) a bilei, energia potențială elastică a sistemului este:<br>$E_p = \frac{1}{2}k_1\left(\frac{x}{3}\right)^2 + \frac{1}{2}k_2\left(\frac{2x}{3}\right)^2 = \frac{1}{2}\underbrace{\left(\frac{k_1}{9} + \frac{4k_2}{9}\right)}_{k_e} x^2$<br>Energia cinetică este:<br>$E_c = \frac{1}{2}mv^2$<br>în care $v = \frac{dx}{dt}$.<br>Rezultă:<br>$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_e}}$<br>Perioada de oscilație este:<br>$T = 6\pi\sqrt{\frac{m}{k_1+4k_2}}$ | **1**<br>**0,50**<br>**0,50** | 3 |
| **Subiectul 2. B. – Oscilații compuse** | | 4 |
| **a)** Corpul fiind oscilator armonic, legile de mișcare și ale vitezelor sunt:<br>$\begin{cases} x = A_x \sin(\omega t + \varphi_{0x}) \\ y = A_y \sin(2\omega t + \varphi_{0y}) \end{cases}; \begin{cases} v_x = \omega A_x \cos(\omega t + \varphi_{0x}) \\ v_y = 2\omega A_y \cos(2\omega t + \varphi_{0y}) \end{cases}$ | **0,50** | 2 |
| Din condițiile de la momentul *t* = 0 pentru coordonate și viteze, rezultă:<br>$\begin{cases} x = 2\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)\ (\text{cm}) \\ y = 2{,}5\sin(2\omega t)\ (\text{cm}) \end{cases}$ | **0,50** | |
| Cunoscând valoarea vitezei la momentul *t* = 0, se obține: | **0,50** | |

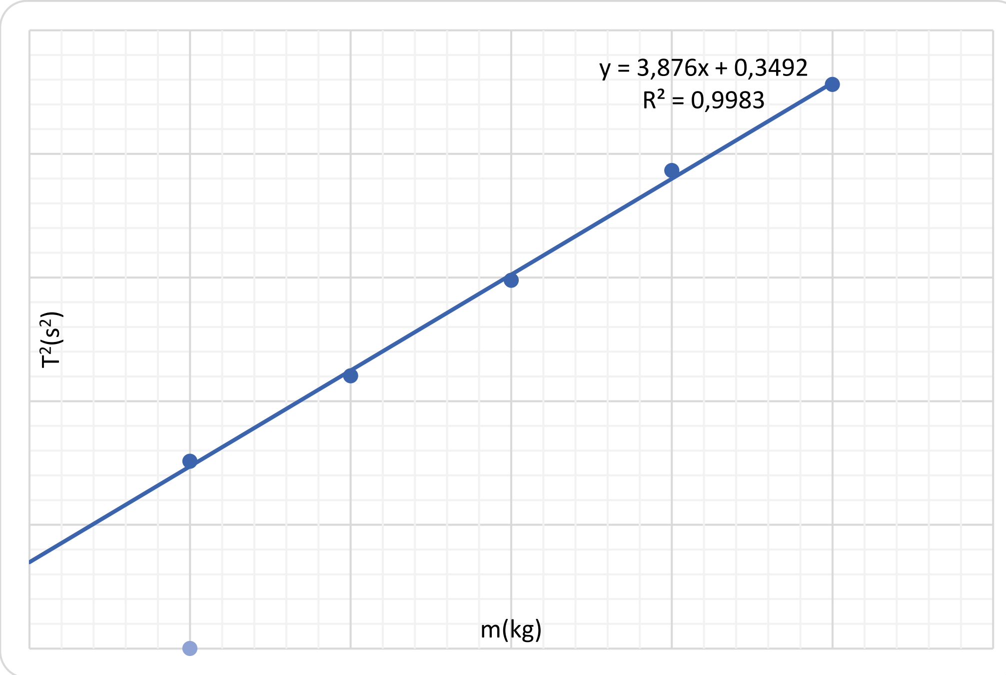
| | | |
|---|---|---|
| $\omega = \frac{v_0}{2A_y} = 2\ \text{s}^{-1}$ | | |
| Legile de mișcare pe direcțiile axelor sunt: $\begin{cases} x = 2\sin\left(2t + \frac{\pi}{2}\right)\ (\text{cm}) \\ y = 2{,}5\sin(4t)\ (\text{cm}) \end{cases}$ | **0,50** | |
| **b)** Energia cinetică este: $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ în care $v^2 = v_x^2 + v_y^2$ | **0,25** | |
| Notând $z = (\sin(2t))^2$, se obține: $v^2 = 400z^2 - 384z + 100$ | **0,25** | |
| Valoarea minimă a funcției este pentru $z = \frac{384}{800}$, fiind: $v_{min}^2 = 7{,}84\left(\frac{\text{cm}}{\text{s}}\right)^2$ | **0,25** | |
| Valoarea maximă, $v_{max}^2$, se obține comparând valorile pentru limitele intervalului de valori posibile pentru *z* (0 și 1). Valoarea cea mai mare se obține pentru *z* = 1, și anume: $v_{max}^2 = 116\left(\frac{\text{cm}}{\text{s}}\right)^2$ | **0,50** | **2** |
| Rezultă: $E_c \in [3{,}92 \cdot 10^{-7}\text{J};\ 58 \cdot 10^{-7}\ \text{J}]$ | **0,25** | |
| Conform textului problemei: $E_{pmin} = 0$. Din conservarea energiei mecanice rezultă: $E_{pmax} = E_{cmax} - E_{cmin} = 54{,}08 \cdot 10^{-7}$ J. | **0,25** | |
| Rezultă: $E_p \in [0;\ 54{,}08 \cdot 10^{-7}\ \text{J}]$ | **0,25** | |
| **Oficiu Subiectul 2** | | **1** |

| **Subiect 3 - OSCILAȚII MECANICE** | | **10** |
|---|---|---|
| **Subiectul 3. A.** | **Parțial** | **3,5** |

**a)** Tabelul de valori necesar reprezentării grafice — **0,50**

| $m$ (kg) | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta t$ (s) | 8,7 | 10,5 | 12,2 | 13,9 | 15,1 |
| $T$ (s) | 0,87 | 1,05 | 1,22 | 1,39 | 1,51 |
| $T^2$ ($s^2$) | 0,7569 | 1,1025 | 1,4884 | 1,9321 | 2,2801 |

Reprezentarea grafică $T^2(m)$ — **1**




Din expresia perioadei, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m+m_{ef}}{k}}$ rezultă $T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{k}\right)m + \frac{4\pi^2 m_{ef}}{k}$, de unde se identifică panta dreptei, $\frac{4\pi^2}{k}$. — **0,50**

Din grafic se calculează panta dreptei: 3,86 $s^2$/kg. Se acceptă valori cuprinse între 3,8 şi 3,9 $s^2$/kg.
Astfel se obține $k$ = 10,2 N/m. Se acceptă valori cuprinse între 10,1 și 10,4 N/m. — **0,50**

(Total a): **2,5**)

**b)** Din grafic se citește ordonata punctului de intersecție cu axa verticală, 0,35 $s^2$, care reprezintă termenul liber din funcția $T^2(m)$, adică $\frac{4\pi^2 m_{ef}}{k}$. — **0,50**

Astfel se determină masa efectivă, $m_{ef}$ = 0,09 kg, iar ponderea $m_{ef}/m_r$ = 0,36 = 36%. — **0,50**

(Total b): **1**)

*Observație: Pentru rezultate care diferă cu cel mult 1% față de limitele sau valorile menționate mai sus, se acordă jumătate din punctajul aferent acelui rezultat.*

| **Subiectul 3. B.** | **Parțial** | **5,50** |
|---|---|---|
| **a)** Cea mai mare accelerație descendentă, posibilă, a bilei, este $g$. Când accelerația descendentă a tăvii depășește $g$, bila se desprinde de tavă. | **1** | **2,50** |

| | | |
|---|---|---|
| Din momentul eliberării sistemului, acesta descrie o mișcare rectilinie, oscilatorie, armonică. Forța rezultantă, care acționează asupra ansamblului format din tavă și bilă, are modulul $F = k \cdot d$, unde $d$ reprezintă distanța dintre poziția de echilibru și poziția momentană a ansamblului. | **0,50** | |
| Accelerația mișcării este $a = \frac{F}{m_t} = \frac{k \cdot d}{m_t}$, unde $m_t$ este masa totală a tăvii și bilei.<br>Condiția de desprindere este $\frac{k \cdot d}{m_t} = g$. Rezultă $d = \frac{m_t \cdot g}{k}$, $d = 0{,}094$ m = 9,4 cm.<br>Înălțimea punctului de desprindere, față de punctul A, este<br>$h = D + d = (15 + 9{,}4)$ cm = 24,4 cm. | **1** | |
| **b)** Considerăm axa O$y$, verticală, orientată în sus, cu originea în dreptul poziției de echilibru al ansamblului tavă-bilă.<br>Legea mișcării este $y = D \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_t}} = 10{,}2$ rad/s | **1** | **3** |
| Punem condiția $y(t_1) = d = 9{,}4$ cm. Astfel se obține $t_1 = 0{,}22$ s. | **0,50** | |
| c) Utilizând legea conservării energiei mecanice, între starea inițială și cea în care se produce separarea, se poate scrie relația<br>$\frac{1}{2}kD^2 = \frac{1}{2}kd^2 + \frac{1}{2}m_t v_1^2$, | **1** | |
| din care se obține: $v_1 = \sqrt{\frac{k(D^2 - d^2)}{m_t}} = 1{,}19$ m/s. | **0,50** | |
| **Oficiu Subiectul 3** | | **1** |

***Barem propus de:***

*prof. Liviu* **ROTARU**, Colegiul Național „*Mihai Eminescu*”, Satu Mare;
*prof. Ervin Zoltán* **FALUVÉGI**, I.Ș.J. Sălaj;
*prof. Dumitru* **ANTONIE**, Liceul Tehnologic Nr. 2, Târgu Jiu;
*prof. Cezar* **GHERGU**, Colegiul Național „*Neagoe Basarab*”, Oltenița;
*prof. Dorel* **HARALAMB**, Colegiul Național „*Petru Rareș*”, Piatra Neamț.