



Problema I - Ciocniri cu mediatori și un...paradox

O particulă - țintă, cu masa m , aflată în repaus, este pusă în mișcare, ca urmare a unei ciocniri elastice unidimensionale cu o altă particulă. Particula - proiectil, are masa $M = qm$ și viteza v . Ținta poate fi ciocnită direct de proiectil sau de alte particule (numite mediatori) care sunt interpuse pe linia de ciocnire, între țintă și proiectil. Se neglijează frecările, iar linia de ciocnire este orizontală. Asupra particulelor studiate nu acționează niciun câmp extern, iar energia potențială de interacțiune dintre particule este neglijată. În aplicațiile practice, o mărime de interes este fracțiunea η din energia cinetică a particulei proiectil care este transferată țintei, ca măsură a eficienței transferului energetic de la proiectil la țintă.

A. Ciocnire fără mediatori

A	În absența mediatorilor, determină expresia analitică a lui η . În plus, determină valoarea lui q pentru care η ia valoarea maximă, precum și această valoare η_{max} .	2,0 p.
----------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------

B. Ciocniri cu mediatori

Între proiectil și țintă există o particulă – mediator, cu masa μ , în repaus. Toate ciocnirile sunt elastice.

B1	Dedu expresia matematică a vitezei particulei țintă și relația dintre μ , m și M pentru ca această viteză să fie maximă.	1,5 p.
-----------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------

B2	Pentru μ determinat mai sus, dedu expresia matematică a raportului $\frac{\eta_1}{\eta}$, unde η_1 este eficiența transferului energetic în prezența mediatorului, iar η - în absența lui. Care sunt limitele de variație ale acestui raport?	1,5 p.
-----------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------

C. Un paradox

Pentru a crește eficiența transferului de energie de la proiectil la țintă, între ele se introduc mai mulți mediatori, modelul mecanic fiind următorul: proiectilul are masa $M = qm = \alpha^n m$, $q > 1$, ținta are masa m , iar între aceste două particule se interpun, în linie, $n - 1$ particule – mediator ale căror mase formează o progresie geometrică. Mai exact, de la proiectil la țintă, masele particulelor – mediator sunt, în ordine: $\alpha^{n-1}m$, $\alpha^{n-2}m$, ..., α^2m și αm . Inițial, toate particulele sunt în repaus, cu excepția proiectilului.

C1	Dedu expresia vitezei particulei țintă în funcție de v și de q .	1,2 p.
-----------	----------------------------------------------------------------------	---------------

C2	Dacă numărul particulelor – mediator este foarte mare ($n \rightarrow \infty$), demonstrează că energia cinetică se transferă integral de la proiectil la țintă.	0,8 p.
-----------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------

C3	Cum $q > 1$, suntem în fața următorului paradox: în urma întregului lanț de ciocniri, energia particulei țintă este egală cu energia particulei proiectil, însă impulsul țintei este mai mic decât al proiectilului. Unde este impulsul lipsă? Demonstrează matematic afirmația făcută.	3,0 p.
-----------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------

Indicație: Dacă îți este utilă, poți folosi următoarea limită: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{1+y^x} \right)^{1/x} = y^{-1/2}$.

Problemă propusă de

Conf. univ. dr. Sebastian POPESCU, Facultatea de Fizică,
Universitatea „Alexandru Ioan Cuza” din Iași

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele a, b, c etc.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.