Problema a III-a: Lampa fluorescentă

Soluție:

a) 3,25 puncte

$$L=\frac{\sqrt{E^2-(U_1+IR)^2}}{2\pi f I}=1{,}16\ \mathrm{H}.$$ **1,25 p.**

Factorul de putere este

$$\cos\varphi=\frac{U_1+IR}{E}=0{,}557,$$ **1 p.**

iar puterea disipată

$$P=EI\cos\varphi=61{,}3\ \mathrm{W}.$$ **1 p.**

b) 3 puncte

Balastul este, într-adevăr, capacitiv, deoarece $\omega L=364\ \Omega$, iar $\frac{1}{\omega C}=637\ \Omega$.

Curentul prin circuit este

$$I_1=\frac{E}{\sqrt{\left(\frac{P}{I_1^2}\right)^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}},$$ **0,75 p.**

de unde

$$\frac{E^2}{I_1^2}=\left(\frac{P}{I_1^2}\right)^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2.$$

Rezolvând această ecuație și considerând soluția cea mai mică, rezultă semnul (–) **0,25 p.**

$$I_1=\frac{E}{\left|\omega L-\frac{1}{\omega C}\right|}\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{1-\left[\frac{2P}{E^2}\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)\right]^2}}=0{,}300\ \mathrm{A}.$$ **1 p.**

Dacă s-ar fi considerat soluția mai mare, curentul ar fi fost mai mare decât înainte de a monta condensatorul (0,748 A)! Rezistența ohmică a circuitului este 681 Ω pentru curentul mic, respectiv 110 Ω, pentru curentul mai mare.

În fine,

$$\cos\varphi=\frac{\frac{P}{I_1^2}}{\sqrt{\left(\frac{P}{I_1^2}\right)^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}}=0{,}928$$ **1 p.**

c) 3,75 puncte

Factorul de putere este

$$\cos\varphi=\frac{R_{tot}}{\sqrt{R_{tot}^2+\omega^2\left[L-C\left(\omega^2L^2+R_{tot}^2\right)\right]^2}},$$ **1 p.**

iar acesta ia valoarea maximă $(\cos\varphi=1)$ **0,5 p.** dacă se alege condensatorul cu capacitatea

$$C=\frac{L}{\omega^2L^2+R_{tot}^2}\,. \qquad \textbf{0,25 p.}$$

Curentul care trece prin lampă este

$$I_2=E\frac{\sqrt{R_{tot}^2+\omega^2\left[L-C\left(\omega^2L^2+R_{tot}^2\right)\right]^2}}{R_{tot}^2+\omega^2L^2}\,.$$

și are valoarea minimă

$$I_{2\min}=E\frac{R_{tot}}{R_{tot}^2+\omega^2L^2}\,. \qquad \textbf{0,5 p.}$$

Pentru a afla valoarea lui R_{tot} se pornește de la expresia puterii disipate:

$$P=I_{lampă}^2R_{tot}=\frac{E^2}{R_{tot}^2+\omega^2L^2}R_{tot}\,, \qquad \textbf{0,25 p.}$$

de unde

$$I_{2\min}=\frac{P}{E}=0{,}279\ \mathrm{A}\,. \qquad \textbf{0,5 p.}$$

În acest caz,

$$C=\frac{L}{\omega^2L^2+R_{tot}^2}=\frac{LI_{2\min}}{ER_{tot}}=\frac{LP}{E^2R_{tot}}\,.$$

Din ecuația puterii, de mai sus, rezultă

$$R_{tot}=\frac{E^2}{2P}\left(1\pm\sqrt{1-\frac{4P^2\omega^2L^2}{E^4}}\right), \qquad \textbf{0,5 p.}$$

cu valorile 548 Ω, respectiv 243 Ω,
așa încât

$$C=\frac{LP}{E^2R_{tot}}=\frac{1}{2\omega^2L}\left(1\mp\sqrt{1-\frac{4P^2\omega^2L^2}{E^4}}\right), \qquad \textbf{0,25 p.}$$

cu valorile numerice 2,69 μF și 6,06 μF.

soluție propusă de

Conf. univ. dr. Sebastian POPESCU *–Universitatea „Alexandru Ioan Cuza” din Iași*