Ministerul Educaţiei şi Cercetării Ştiinţifice
Inspectoratul Şcolar Judeţean – BRĂILA
CONCURSUL NAŢIONAL DE FIZICĂ “EVRIKA!”
Ediţia a 25-a, 21 martie 2015, Brăila
CLASA a XI-a

Clasa a XI-a, Problema 1
Rezolvare și barem pentru evaluare

<table>
<tr><td>Problema 1</td><td>Parţial</td><td>Punctaj</td></tr>
<tr><td>Barem</td><td></td><td>10</td></tr>
<tr><td>a)</td><td></td><td>3 p</td></tr>
<tr><td>
Asociindu-i pistonului 1 un sistem de referință, atunci, în raport cu acesta, pistonul 2 are viteza inițială $-\vec{v}$, orientată așa cum indică desenul b din figura 1, iar sistemul inițial (desenul a) este echivalent cu sistemul reprezentat în desenul b: un tub cilindric orizontal, închis la un capăt și deschis la celălalt capăt, iar un piston mobil, cu masa M, aflat la distanța l față de capătul închis, dobândește, printr-un impuls exterior, viteza relativă, $-\vec{v}$, comprimând gazul din compartimentul considerat.

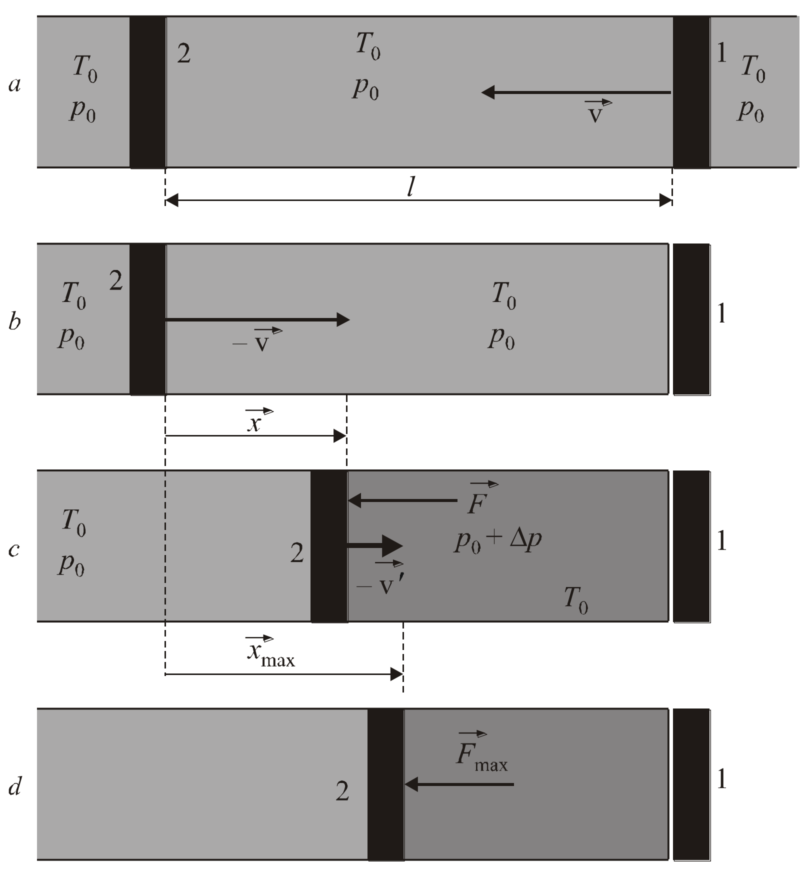
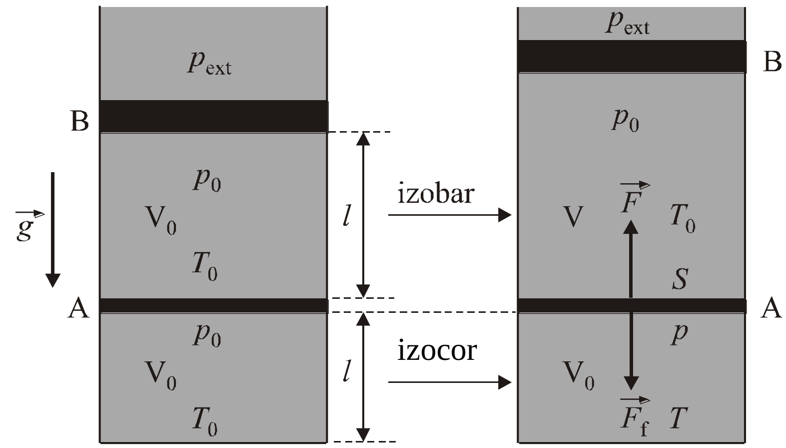
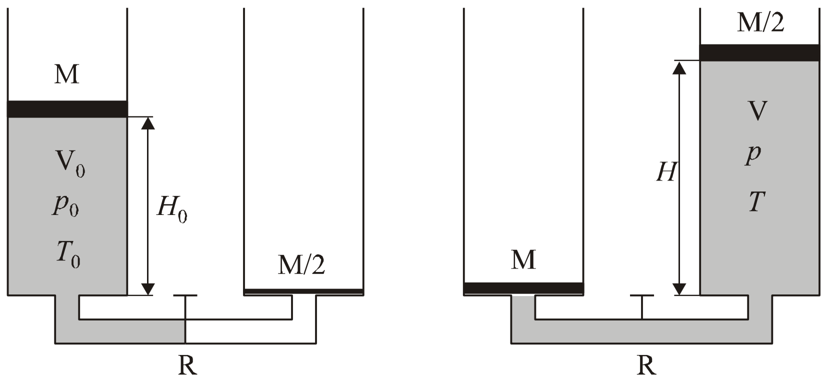


Fig. 1
</td><td>1 p</td><td></td></tr>
</table>

În condițiile problemei, când temperatura gazului trebuie să rămână constantă, iar variația volumului gazului dintre pistoane este foarte mică, rezultă: $p_0 lS = \nu RT_0$; $(p_0 + \Delta p)(l - x)S = \nu RT_0$; $x\Delta p \approx 0$; $p_0 x = \Delta p l$; $\Delta p = \frac{F}{S}$, unde F este forța de presiune rezultantă care acționează asupra pistonului mobil 2, atunci când deplasarea sa este x, orientările vectorilor $\vec{F}$ și $\vec{x}$ fiind opuse; $F = S\Delta p = \frac{Sp_0}{l}x$; $k = \frac{Sp_0}{l}$; $F = kx$; $\vec{F} = -k\vec{x}$, ceea ce evidențiază că mișcarea relativă a pistonului 2 este o mișcare oscilatorie armonică; $k = M\omega^2 = \frac{Sp_0}{l}$; $\omega = \frac{1}{l}\sqrt{\frac{\nu RT_0}{M}}$.	1 p	
De la studiul mișcării oscilatorii armonice se știe că: $\mathrm{v}_{max} = \omega x_{max}$, astfel încât, în condițiile problemei, rezultă: $x_{max} = 1\% l = \frac{l}{100}$; $\mathrm{v}_{max} = \frac{1}{100}\sqrt{\frac{\nu RT_0}{M}}$. Perioada oscila]iilor armonice relative ale pistonului 2 fiind: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi l\sqrt{\frac{M}{\nu RT_0}}$, rezultă că distanța dintre cele două pistoane va fi minimă, pentru prima dată de la începrea procesului, după timpul: $t = \frac{T}{4} = \frac{\pi l}{2}\sqrt{\frac{M}{\nu RT_0}}$.	1 p	
b)		**3 p**
Deoarece pistonul A nu se deplasează, gazul din compartimentul inferior evoluează izocor, astfel încât, în acord cu notațiile din figura 2, rezultă: $\frac{p_0}{T_0} = \frac{p}{T}$; $p = p_0\frac{T}{T_0}$, unde T este temperatura gazului din întregul vas după primirea căldurii Q. Din evoluția izobară a gazului aflat în compartimentul superior, rezultă:	1 p	

$\frac{V_0}{T_0} = \frac{V}{T}$; $V = V_0 \frac{T}{T_0}$; $\Delta V = V - V_0 = V_0 \left(\frac{T}{T_0} - 1\right)$.  **Fig. 2**		
În acord cu primul principiu al termodinamicii, avem: $\Delta U = Q - L$; $2\nu C_{\text{v}}(T - T_0) = Q - p_0\Delta V$; $Q = 2\nu C_{\text{v}}(T - T_0) + p_0 V_0 \left(\frac{T}{T_0} - 1\right)$; $Q = 2\nu C_{\text{v}}(T - T_0) + \nu R T_0 \left(\frac{T}{T_0} - 1\right)$; $Q = \nu(T - T_0)(2C_{\text{v}} + R)$; $\nu(T - T_0) = \frac{Q}{2C_{\text{v}} + R}$.	1 p	
Din condiția de echilibru a pistonului A, rezultă: $F_{\text{f}} = F = (p - p_0)S$; $F_{\text{f}} = p_0\left(\frac{T}{T_0} - 1\right)S = \frac{p_0}{l}\left(\frac{T}{T_0} - 1\right)Sl$; $F_{\text{f}} = \frac{\nu R T_0}{l}\left(\frac{T}{T_0} - 1\right) = \frac{\nu R}{l}(T - T_0)$; $F_{\text{f}} = \frac{R}{l}\frac{Q}{2C_{\text{v}} + R}$.	1 p	
c)		**3 p**
După deschiderea robinetului R și realizarea echilibrului termodinamic al sistemului, în acord cu legea conservării energiei (primul principiu al termodinamicii), utilizând figura 3, rezultă: $MGH_0 + mg\frac{H_0}{2} = \nu C_{\text{v}}(T - T_0) + \frac{M}{2}gH + mg\frac{H}{2}$.	1 p	

 **Fig. 3**		
În problemă se neglijează variația densității gazului cu înălțimea coloanei de gaz. Scriind ecuațiile de stare ale gazului înainte și după deschiderea robinetului, rezultă: $p_0V_0 = \nu RT_0 = \frac{Mg}{S}H_0S = MgH_0;$ $pV = \nu RT = \frac{M}{2}gH;$ $\frac{M}{2}gH - MgH_0 + \nu C_v(T - T_0) + \frac{mg}{2}(H - H_0) = 0;$ $\nu R(T - T_0) + \nu C_v(T - T_0) + \frac{mg}{2}(H - H_0) = 0;$ $H - H_0 = \frac{\nu R}{Mg}(2T - T_0);$ $\nu R(T - T_0) + \nu C_v(T - T_0) = \frac{\nu Rm}{2M}(T_0 - 2T);$ $C_p(T - T_0) = \frac{mR}{2M}(T_0 - 2T);$ $T = T_0\frac{C_p + \frac{m}{2M}R}{C_p + \frac{m}{M}R};\ m = M/10;$ $T = T_0\frac{C_p + \frac{R}{20}}{C_p + \frac{R}{10}}.$	2 p	
Oficiu		**1 p**

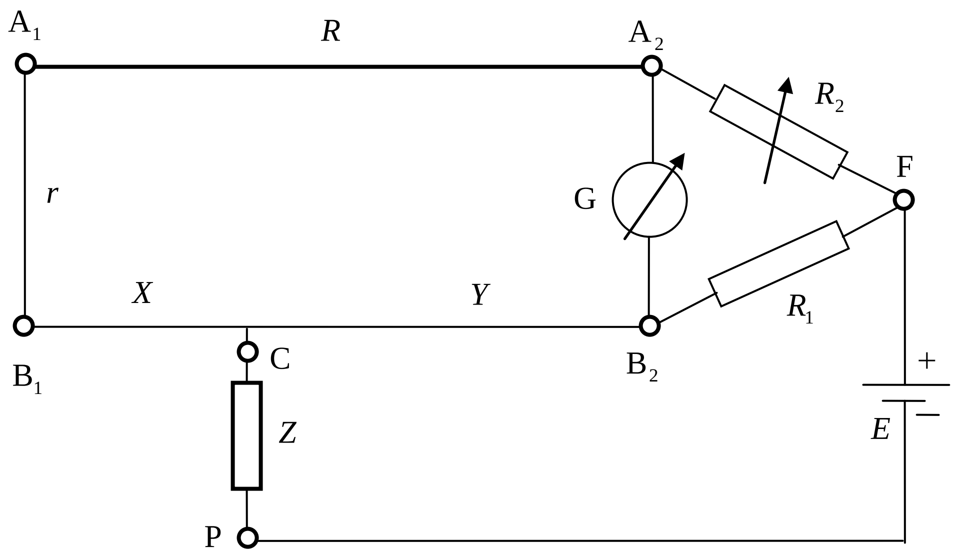
Problema 2. Cercuri

A. În reprezentare adimensională, ecuația cercului este $$\left(\frac{x}{x_0}\right)^2+\left(\frac{v}{v_0}\right)^2=1.$$	0,5	2 p.
Comparând această ecuație cu ecuația fundamentală a trigonometriei $$\sin^2 y+\cos^2 y=1,$$	0,25	
rezultă $$\begin{cases} x=x_0\sin y \\ v=v_0\cos y \end{cases},$$ unde y este o funcție de timp. Deoarece v_0 este o constantă, înseamnă că y este o funcție liniară de timp, de tipul $y=\omega t+\varphi$. Utilizând condiția inițială $x(0)=0$, rezultă că $\varphi=0$. Prin urmare, mișcarea corpului este una oscilatorie armonică, cu pulsația $\omega=\frac{v_0}{x_0}$.	0,25	
Din egalitatea $\frac{x_0}{2}=x_0\sin\frac{v_0}{x_0}\tau$ rezultă $$\boxed{\tau=\frac{\pi x_0}{6v_0}},$$	0,5	
iar accelerația corpului în acel moment este $$\boxed{a(\tau)=-\omega^2x(\tau)=-\frac{v_0^2}{x_0^2}\frac{x_0}{2}=-\frac{v_0^2}{2x_0}}$$	0,5	
B1. Pendulul simte accelerația centripetă datorată rotației punctului său de suspensie $$a_{cp}=\omega^2 r.$$	0,25	3 p.
Aceasta face unghiul ωt cu verticala, respectiv unghiul $\omega t-\theta$ cu tija pendulului, θ fiind unghiul de deviație momentană a pendulului de la verticală. Ecuația care dă mișcarea azimutală a corpului cu masa m de la capătul tijei este $$m\left[a_t-a_{cp}\sin(\omega t-\theta)\right]=-mg\sin\theta,$$	0,25	

de unde, ținând cont că oscilațiile au amplitudine unghiulară foarte mică ($\theta << 1\,\text{rad}$, atunci $\sin\theta \cong \theta$ și $\cos\theta \cong 1$), $$a_t - \omega^2 r(\sin\omega t - \theta\cos\omega t) = -g\theta .$$ Deoarece deplasarea liniară a corpului de la capătul liber al tijei este $s = l\theta$, atunci $$a_t + \frac{g}{l}\left(1 + \omega^2\frac{r}{g}\cos\omega t\right)s = \omega^2 r\sin\omega t ,$$ sau, ținând cont de enunț (deoarece $\frac{r}{l} << 1$ și $\omega^2 < \frac{g}{l}$, atunci $\omega^2\frac{r}{g} < \frac{g}{l}\frac{r}{g} = \frac{r}{l} << 1$), $$a_t + \frac{g}{l}s = \omega^2 r\sin\omega t .$$ Aceasta este ecuația unui oscilator armonic forțat, fără amortizare. Pulsația la regim a unui astfel de oscilator este egală cu pulsația forței excitatoare, așa încât, căutând soluții de tipul $s = s_0\sin(\omega t + \varphi)$, și ținând cont de faptul că $a_t = -\omega^2 s$, rezultă $$\left(\frac{g}{l} - \omega^2\right)s_0\sin(\omega t + \varphi) = \omega^2 r\sin\omega t \cdot$$ De aici se găsește că $$\begin{cases}\varphi = 0\\ s_0 = \dfrac{\omega^2 rl}{g - \omega^2 l}\end{cases} \cdot$$ Prin urmare $$\boxed{\theta_0 = \frac{s_0}{l} = \frac{\omega^2 r}{g - \omega^2 l}}.$$	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,5	
B2 b1) Oscilațiile verticale ale motorului sunt determinate de componenta verticală a forței datorate efectului centrifugal al distribuției neechilibrate a masei rotorului		**2 p.**

$$F = m_1\omega^2 d \sin \omega t\,.$$ Ecuația de mișcare a sistemului rotor + suport este $$ma + rv + 4ky = m_1\omega^2 d \sin \omega t\,,$$ unde y este deplasarea verticală a sistemului față de poziția sa de echilibru stabil, iar $4k$ este constanta elastică echivalentă a sistemului. Sistemul execută oscilații forțate cu amortizare. Căutând soluții de forma $y = A\sin(\omega t - \varphi)$ și ținând cont că $v = \omega A\cos(\omega t - \varphi)$, iar $a = -\omega^2 A\sin(\omega t - \varphi)$, atunci $$\boxed{A = \frac{m_1\omega^2 d}{\sqrt{\left(4k - m\omega^2\right)^2 + (r\omega)^2}}}$$ Numeric, $A = 2{,}70\,\text{mm}$.	0,5 0,5 0,1 x 3 0,5 0,2	
b2) Expresia de mai sus a amplitudinii se poate scrie $$A = \frac{m_1 d}{\sqrt{\left(\frac{4k}{\omega^2} - m\right)^2 + \left(\frac{r}{\omega}\right)^2}} = \frac{m_1 d}{\sqrt{16k^2\left(\frac{1}{\omega^2}\right)^2 - \left(8km - r^2\right)\frac{1}{\omega^2} + m^2}}\,.$$ Rezonanța se realizează atunci când amplitudinea oscilațiilor forțate are valoarea maximă, adică atunci când expresia de sub radical este minimă, sau $$\frac{1}{\omega_r^2} = \frac{8km - r^2}{32k^2}\,,$$ sau când $$\boxed{\omega_r = 4k\sqrt{\frac{2}{8km - r^2}} = 80\sqrt{\frac{2}{471}} = 5{,}21\,(\text{rad/s})}\,.$$ În acest caz $$\boxed{A_r = \frac{8m_1 dk}{r\sqrt{16km - r^2}} = \frac{8}{25\sqrt{951}} = 1{,}04\,\text{cm}}\,.$$ La rezonanță $$\boxed{\sin\varphi_r = \frac{rA_r}{m_1 d\omega_r} = \frac{\sqrt{16km - 2r^2}}{\sqrt{16km - r^2}} \Rightarrow \varphi_r = 84{,}4^\circ}\,.$$	0,25 0,25 0,5 0,5 0,5	2 p
Oficiu		**1 p**

Problema 3. Rezolvare și barem pentru evaluare

Barem de notare	**Parţial**	**Punctaj**
		10
1) La capătul S_1 al bobinei se scurtcircuitează cele două fire ale bobinei, iar la capătul S_2, în montajul propus, recunoaştem montajul unei punţi Wheatstone, aşa cum indică figura 1, obţinându-se montajul cunoscut reprezentat în figura 2. Rezistorul cu rezistenţa variabilă R_2 este reostatul cu cursor. Notaţii: R – rezistenţa electrică a unuia dintre cele două fire ale bobinei; X şi Y rezistenţele electrice ale celor două sectoare de pe firul deranjat.  **Fig. 1**	1,50	**2,00**

<table>
<tr>
<td>

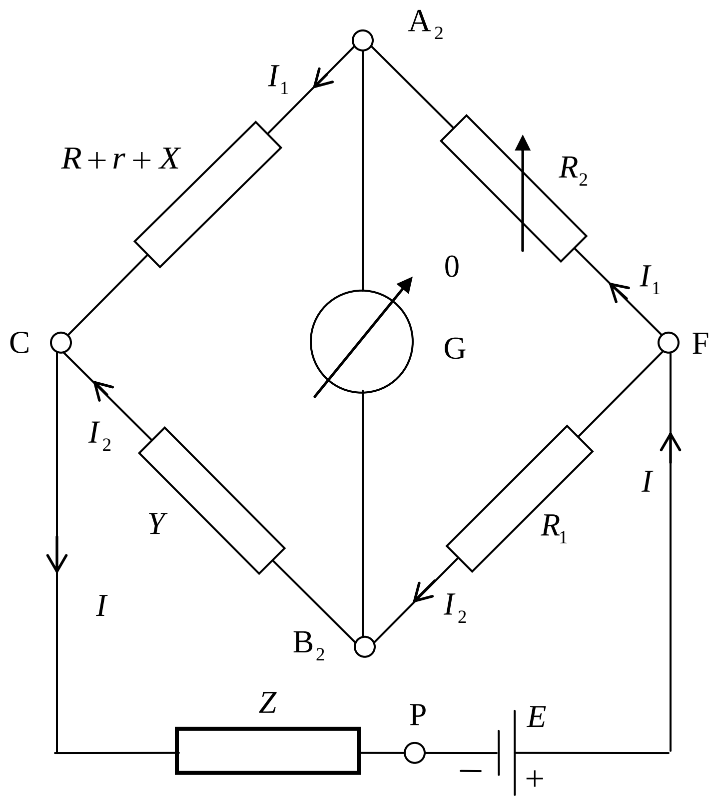


Fig. 2
</td>
<td>0,50</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>

2) Se deplasează cursorul reostatului până când se echilibrează puntea (acul galvanometrului indică zero). Puntea fiind echilibrată (tensiunea dintre punctele A_2 şi B_2 fiind nulă; intensitatea curentului prin galvanometru fiind nulă), rezultă:

$$I_1R_2 = I_2R_1;\ I_1(R+r+X) = I_2Y;$$

$$\frac{R_2}{R+r+X} = \frac{R_1}{Y};$$

$$R_2Y = R_1(R+r+X);$$

$$R = X + Y;$$

$$X = \frac{RR_2 - RR_1 - R_1r}{R_1+R_2};\ Y = \frac{2R_1R + R_1r}{R_1+R_2};$$

$$\frac{X}{Y} = \frac{RR_2 - RR_1 - R_1r}{2R_1R + R_1r};$$

$$X = \rho\frac{x}{S};\ Y = \rho\frac{y}{S};\ R = \rho\frac{L}{S},$$

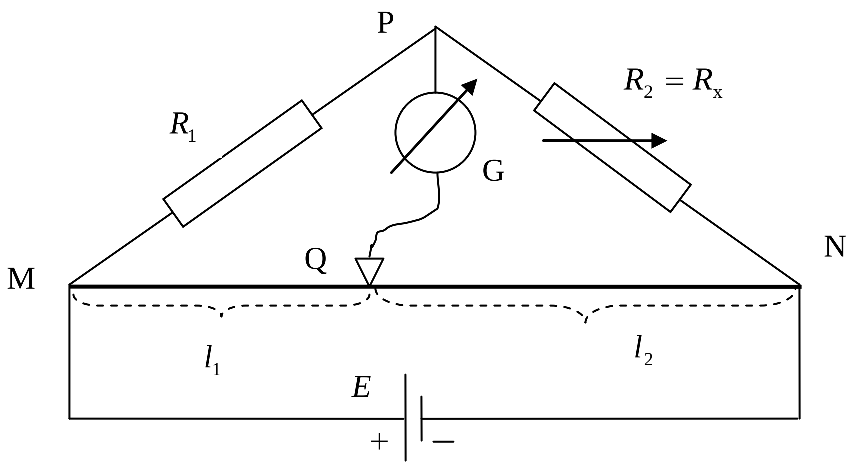
unde *x* şi *y* sunt lungimile celor două sectoare de pe firul deranjat;

$$\frac{X}{Y} = \frac{x}{y};\quad x + y = L;$$

$$\frac{x}{y} = \frac{RR_2 - RR_1 - R_1r}{2R_1R + R_1r};$$
</td>
<td>0,50

1,00

0,50</td>
<td>2,50</td>
</tr>
</table>

$r \approx 0;$ $\frac{x}{y}=\frac{R_2-R_1}{2R_1};\quad x+y=L;$ $x=\frac{R_2-R_1}{R_1+R_2}L;\ y=\frac{2R_1}{R_1+R_2}L.$	0,50	
3) Pentru determinarea lui $R_2 = R_x$ (când cursorul reostatului rămâne în poziţia stabilită anterior), se realizează şi se echilibrează puntea cu fir din figura 3, unde se utilizează şi rezistorul cu rezistenţa necunoscută R_1, prezent în montajul anterior.  **Fig. 3**	1,50	**3,00**
Rezultă: $\frac{R_1}{R_x}=\frac{\rho\frac{l_1}{s}}{\rho\frac{l_2}{s}}=\frac{l_1}{l_2};$ $R_x = R_1\frac{l_2}{l_1}=R_2;\ \frac{R_x}{R_1}=\frac{R_2}{R_1}=\frac{l_2}{l_1};$ $x=\frac{R_2-R_1}{R_1+R_2}L=\frac{R_1\left(\frac{R_2}{R_1}-1\right)}{R_1\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)}L=\frac{\frac{R_2}{R_1}-1}{1+\frac{R_2}{R_1}}L;$	0,50	
$x=\frac{\frac{l_2}{l_1}-1}{1+\frac{l_2}{l_1}}L;$	0,50	

<table>
<tr><td>

$$y=\frac{2R_1L}{R_1+R_2}=\frac{2R_1L}{R_1\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)}=\frac{2L}{1+\frac{R_2}{R_1}};$$

$$y=\frac{2L}{1+\frac{l_2}{l_1}}.$$

</td><td>0,50</td><td></td></tr>
<tr><td>

4) Se repetă secvenţele 1-3 pentru fiecare dintre rezistoarele date, ale căror rezistenţe necunoscute sunt R_1: R_{11}, R_{12}, R_{13}. De fiecare dată se notează valorile l_1 şi l_2, completându-se tabelul alăturat.

<table>
<tr><th>Nr. det.</th><th>l_1 (cm)</th><th>l_2 (cm)</th><th>x (m)</th><th>y (m)</th><th>x_{mediu} (m)</th><th>y_{mediu} (m)</th></tr>
<tr><td>1. (R_{11})</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2. (R_{12})</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3. (R_{13})</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

</td><td>0,50
0,50
0,50</td><td>1,50</td></tr>
<tr><td>Oficiu</td><td></td><td>1,00</td></tr>
</table>