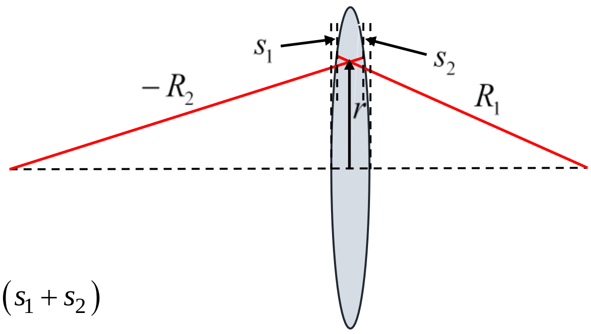
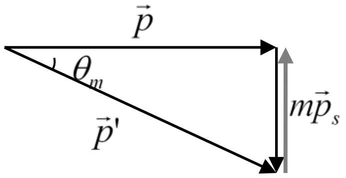
Concursul național de Fizică „Evrika!” Ediția a XXIV-a 22 martie 2014, Brăila Barem de evaluare

XII

Subiect 1. Difracția luminii pe o undă ultrasonoră	**Parțial**	**Punctaj**
Barem subiect 1		**10**
A. Deoarece indicele de refracție n depinde de densitatea lichidului, perioada spațială de variație a lui n este egală cu cea de variație a densității.	0,50	**1,00**
Deoarece în două fuse vecine ale undei staționare sensul de mişcare a particulelor este opus, înseamnă că perioada căutată este egală cu două fuse, adică cu lungimea de undă λ_s a undei ultrasonore: $d = \lambda_S$	0,50	
B. Neglijând frecvența undei ultrasonore față de cea optică, lucrurile stau ca şi cum lumina trece printr-o rețea de difracție în repaus, cu constanta de mai sus. Prin urmare, diferența de drum corespunzătoare maximului de ordin m este: $d\sin\theta = m\lambda$	0,50	**1,00**
Rezultă: $\theta = \arcsin\dfrac{m\cdot\lambda}{d}$	0,50	
C. Pentru distanța dintre două maxime vecine: $\Delta y = f\left(\sin\theta_{m+1} - \sin\theta_m\right) = f\left(\dfrac{m+1}{\lambda_s}\lambda - \dfrac{m}{\lambda_s}\lambda\right) = \dfrac{f\lambda}{\lambda_s}$	0,50	**1,50**
Rezultă: $\lambda_S = \dfrac{f\cdot\lambda}{\Delta y} = 3{,}0\ \cdot 10^{-4}$ m	0,50	
Viteza undelor ultrasonore: $v_S = \lambda_S \cdot \nu_S = 1478 \cong 1{,}5\cdot 10^3$ (m/s).	0,50	
D. În acord cu ***Figura 1***, diferența de fază dintre două raze, una care străbate lentila de-a lungul axei optice principale şi una care o străbate la distanța r de aceasta, este:  $\Delta\phi = k\left(n-1\right)\cdot\left(s_1+s_2\right) = \dfrac{2\pi}{\lambda}\cdot\left(n-1\right)\cdot\left(s_1+s_2\right)$ **Figura 1**	0,50	**2,50**
Dar: $R_1^2 = r^2 + \left(R_1 - s_1\right)^2$ $R_2^2 = r^2 + \left(-R_2 - s_2\right)^2$	0,50	
Deci: $s_1 = \dfrac{r^2}{2R_1} + \dfrac{s_1^2}{2R_1} \cong \dfrac{r^2}{2R_1}$ $s_2 = -\dfrac{r^2}{2R_2} - \dfrac{s_2^2}{2R_2} \cong -\dfrac{r^2}{2R_2}$	0,50	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Rezultă: $$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot(n-1)\cdot\left(\frac{r^2}{2R_1}-\frac{r^2}{2R_2}\right) = \frac{\pi}{\lambda}(n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)\cdot r^2 = \frac{\pi\cdot r^2}{\lambda\cdot f}$$	1,00	
E. Dacă la interacțiunea celor două unde se absorb / emit m fononi, fiecare cu impulsul $\vec{p}_s = \frac{h}{\lambda_s}\cdot\hat{k}_s$ şi energia $h\cdot\nu_s$, atunci conservarea energiei şi impulsului se scriu (vezi Figura 2):  **Figura 2** $$\begin{cases}\vec{p}\pm m\cdot\vec{p}_s=\vec{p}'\\ h\cdot\nu\pm m\cdot h\cdot\nu_s = h\cdot\nu'\end{cases}$$	0,50	
Din conservarea impulsului rezultă $$\frac{m^2}{\lambda_s^{\,2}} = \frac{1}{\lambda'^2}+\frac{1}{\lambda^2}-\frac{2}{\lambda\cdot\lambda'}\cos\theta_m$$	0,50	
Din conservarea energiei rezultă: $$\frac{c}{n\cdot\lambda}\pm\frac{m\cdot c_s}{\lambda_s}=\frac{c}{n\cdot\lambda'}$$ unde n este indicele de refracție al apei.	0,50	**3,00**
După efectuarea calculelor: $$\cos\theta_m = 1-\frac{1}{2}\left(\frac{m\cdot\lambda}{\lambda_s}\sqrt{\frac{1-\frac{c_s^{\,2}\cdot n^2}{c^2}}{1\pm m\cdot n\cdot\frac{\lambda}{\lambda_s}\cdot\frac{c_s}{c}}}\right)^2$$	0,50	
Ținând cont de valorile numerice ale mărimilor fizice implicate în expresia de mai sus, se obține: $$\theta_m \cong \frac{m\cdot\lambda}{\lambda_s}\sqrt{\frac{1-\frac{c_s^{\,2}\cdot n^2}{c^2}}{1\pm m\cdot n\cdot\frac{\lambda}{\lambda_s}\cdot\frac{c_s}{c}}}$$	0,50	
Rezultă: $$\theta_m = \frac{m\cdot\lambda}{\lambda_s}$$	0,50	
Oficiu		**1**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect 2. Relativitate virtuală!	**Parțial**	**Punctaj**
1. Barem subiect 2		**10**
A. a) Pentru: $$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}_0^2}{c^2}}}$$	0,50	**1,00**
Rezultă: $\Delta t \cong 1{,}34\ \mathrm{s}$	0,50	
A. b) Pentru: $d = \mathrm{v}_0 \cdot \Delta t$	0,50	**1,00**
Rezultă: $d \cong 2{,}68 \cdot 10^8\ \mathrm{m}$	0,50	
B. a) Pentru conservarea energiei: $$\frac{M_0 \cdot c^2}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}} + \frac{M_0 \cdot c^2}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}} = M_0'^{(a)} \cdot c^2$$	0,50	**1,00**
Deci: $$M_0'^{(a)} = 2\frac{M_0}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}}$$	0,25	
Rezultă: $M_0'^{(a)} = 21{,}2\ \mathrm{t}$	0,25	
B. b) Pentru conservarea energiei: $$\frac{M_0 \cdot c^2}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}'^2}{c^2}}} + M_0 \cdot c^2 = \frac{M_0'^{(b)} \cdot c^2}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}}$$	0,25	**1,00**
Deci: $$M_0'^{(b)} = M_0 \cdot \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}'^2}{c^2}}}\right) \cdot \sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}$$	0,25	
Unde: $$\mathrm{v}' = \frac{\mathrm{v}+\mathrm{v}}{1+\frac{\mathrm{v}\cdot\mathrm{v}}{c^2}} = \frac{2\mathrm{v}}{1+\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}} = \frac{3}{5}\cdot c$$	0,25	
Rezultă: $M_0'^{(b)} = 21{,}2\ \mathrm{t}$	0,25	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

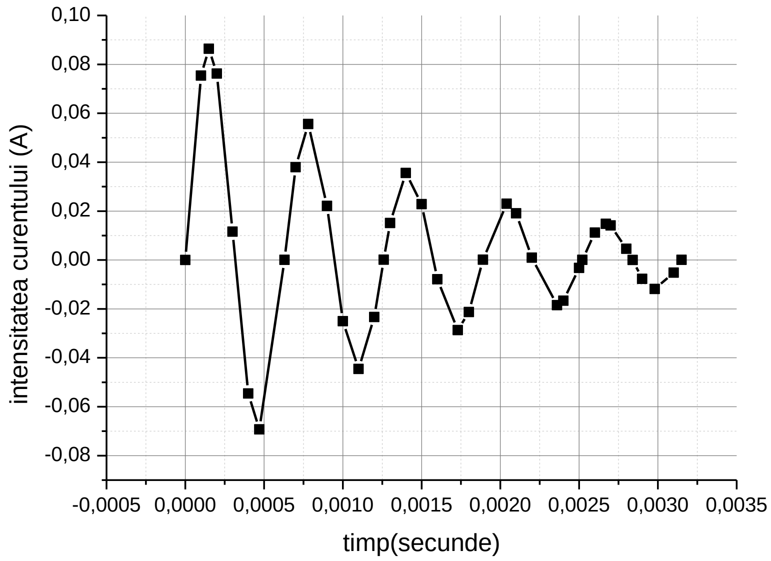
B. c) Pentru conservarea energiei: $$\frac{M_0 \cdot c^2}{\sqrt{1-\frac{v_1'^2}{c^2}}}+\frac{M_0 \cdot c^2}{\sqrt{1-\frac{v_2'^2}{c^2}}}=\frac{M_0'^{(c)} \cdot c^2}{\sqrt{1-\frac{v_{12}'^2}{c^2}}}$$	0,25	1,00
Deci: $$M_0'^{(c)}=M_0 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_1'^2}{c^2}}}+\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_2'^2}{c^2}}}\right) \cdot \sqrt{1-\frac{v_{12}'^2}{c^2}}$$	0,25	
Unde: $$v_1'=\frac{v-v_0}{1-\frac{v \cdot v_0}{c^2}}=\frac{3}{7} \cdot c$$ $$v_2'=\frac{v+v_0}{1+\frac{v \cdot v_0}{c^2}}=\frac{9}{11} \cdot c$$ $$v_{12}'=v_0=\frac{2}{3} \cdot c$$	0,25	
Rezultă: $$M_0'^{(c)}=21,2\ \text{t}$$	0,25	
B. d) Pentru: $$M_0'^{(a)}=M_0'^{(b)}=M_0'^{(c)}$$	0,50	1,00
Teoria relativității restrânse a lui Einstein confirmă faptul că masa de repaus M'_0 a navei spațiale T2T4 nu se modifică, deci este invariantă la sistemul de referință inerțial ales.	0,50	
C. a) Impulsul total al navetelor față de nava spațială Evrika 2014, înainte de înlăturarea cablului este: $$p^{(a)}=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v_0^2}{c^2}}} \cdot v_0+\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v_0^2}{c^2}}} \cdot v_0=2 \cdot \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v_0^2}{c^2}}} \cdot v_0$$	0,25	0,50
Rezultă: $$p^{(a)}=\frac{4\sqrt{5}}{5} \cdot m_0 \cdot c \cong 5,37 \cdot 10^{11}\ \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$	0,25	

C. b) Impulsul total al navetelor față de nava spațială Evrika 2014, după de înlăturarea cablului este: $$p^{(b)}=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}}\cdot v_1+\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}}\cdot v_2$$	0,25	**1,00**
Unde: $$v_1=\frac{v+v_0}{1+\frac{v\cdot v_0}{c^2}}$$ $$v_2=\frac{-v+v_0}{1-\frac{v\cdot v_0}{c^2}}$$	0,25	
După efectuarea calculelor: $$p^{(b)}=2\cdot\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v_0^2}{c^2}}\cdot\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\cdot v_0$$	0,25	
Rezultă: $$p^{(b)}=\frac{3\sqrt{10}}{5}\cdot m_0\cdot c\cong 5{,}69\cdot 10^{11}\ \mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$$	0,25	
C. c) Avem: $$p^{(a)}<p^{(b)}$$	0,50	**0,50**
C. d) Din conservarea energiei: $$E+2m_0\cdot c^2=2\cdot\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\cdot c^2$$	0,50	**1,00**
Deci: $$E=2m_0\cdot c^2\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right)$$	0,25	
Rezultă: $$E=\frac{3\sqrt{2}-4}{2}\cdot m_0\cdot c^2\cong 1{,}09\cdot 10^{19}\ \mathrm{J}$$	0,25	
Oficiu		**1**

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

Concursul național de Fizică „Evrika!” Ediția a XXIV-a
22 martie 2014, Brăila
Barem de evaluare

XII

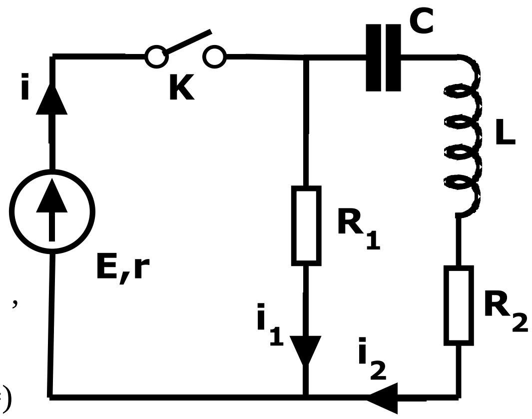
Subiect 3. Concordanța dintre practică și teorie	**Parțial**	**Punctaj**
Barem subiect 3		**10**
a) Graficul are aspectul din figura 1  **Figura 1**	0,75	**1,00**
Se vede că intensitatea curentului prin R_2 are un caracter oscilatoriu amortizat. Aceste oscilații au loc în timpul regimului tranzitoriu de funcționare a circuitului, până ce tensiunea la bornele condensatorului devine constantă și curentul electric circulă numai prin R_1.	0,25	
b) $A_1 = 0,086404$, $A_2 = 0,055597$, $A_3 = 0,035589$ $D = \ln\frac{A_k}{A_{k+1}}$. Rezultă $D = \ln\frac{0,086404}{0,055597} = 0,4409$, $D = \ln\frac{0,055597}{0,035589} = 0,4461$, deci se poate lua $\boxed{D \approx 0,44}$	0,50	**3,00**
Pseudoperioada $T = t_8 - t_1 = t_{15} - t_8 = \ldots$ .Rezultă $\boxed{T = 6,3\cdot 10^{-4}\,\text{s}}$	0,50	
Coeficientul de amortizare este $\delta = \frac{D}{T} = \frac{0,44}{0,00063} \Rightarrow \boxed{\delta = 7,0\cdot 10^{-2}\,\text{s}^{-1}}$	0,50	
Factorul de calitate este $Q = \frac{\omega_0}{2\delta} = \frac{\pi}{\delta T_0} \approx \frac{\pi}{\delta T} = \frac{\pi}{D}$, iar timpul de relaxare este timpul după care amplitudinea scade de e ori: $\tau = \frac{1}{\delta}$. Se obține: $\boxed{Q = 7,1}$ și $\boxed{\tau = 1,4\cdot 10^{-3}\,\text{s}}$	1,00	
$\boxed{N = \frac{\tau}{T} = 2,3}$	0,50	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

<table>
<tr><td>Toate valorile sunt afectate de erori de citire de pe grafic (sau tabel), dar şi de faptul că interfața nu înregistrează exact momentele când curentul electric trece prin zero sau valoarea maximă.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>

c) Notând curenții prin laturi ca în fig.2 şi folosind legile lui Kirchhoff, putem scrie:

$$\begin{cases} E = i_1 R_1 + ir \\ \dfrac{q}{C} + i_2 R_2 - i_1 R_1 = -L\dfrac{di_2}{dt} \\ i = i_1 + i_2 \\ i_2 = \dfrac{dq}{dt} \end{cases}$$



Eliminând din ecuațiile 1 şi 3 pe i_1 , ecuația 2 devine

$$\frac{q}{C} + i_2 R_2 - \frac{E - i_2 r}{R_1 + r} R_1 + L\frac{di_2}{dt} = 0 \qquad (*)$$

Înlocuind în această ecuație $q = \int i_2 dt$, $\dfrac{dq}{dt} = i_2$ şi $\dfrac{d^2q}{dt^2} = \dfrac{di_2}{dt}$, obținem:

$$\boxed{\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{L}\left(R_2 + \frac{rR_1}{r + R_1}\right)\frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC}q = \frac{ER_1}{L(r + R_1)}} \qquad (1)$$

Notând $\dfrac{1}{LC} = \omega_0^2$ şi $\dfrac{1}{L}\left(R_2 + \dfrac{rR_1}{r + R_1}\right) = 2\delta$, ecuația (1) devine:

$\dfrac{d^2q}{dt^2} + 2\delta\dfrac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \dfrac{ER_1}{L(r + R_1)}$, care este ecuația oscilatorului amortizat, neomogenă.

De aici rezultă imediat factorul de calitate, ştiind că $Q = \dfrac{\omega_0}{2\delta}$:

$$\boxed{Q = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \frac{r + R_1}{R_1 R_2 + r(R_1 + R_2)}} \qquad (2)$$

</td><td>0,50</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td>

După $t \to \infty$, sarcina pe condensator devine constantă, deci $\dfrac{dq_\infty}{dt} = 0$ şi din (1) rezultă: $\dfrac{1}{LC}q_\infty = \dfrac{ER_1}{L(r + R_1)}$, adică $q_\infty = \dfrac{CER_1}{r + R_1}$.

Astfel, ecuația (1) devine:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\delta\frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \omega_0^2 q_\infty \qquad (**)$$

</td><td>1,50</td><td>1,50</td></tr>
</table>

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

<table>
<tr><td>sau $\frac{di_2}{dt}+2\delta i_2+\omega_0^2\int i_2 dt=\omega_0^2 q_\infty$, care după o derivare în funcție de timp, devine:
$\frac{d^2 i_2}{dt^2}+2\delta\frac{di_2}{dt}+\omega_0^2 i_2=0$
Aceasta este ecuația omogenă a oscilațiilor amortizate şi are soluția generală de forma $i_2(t)=e^{-\delta t}\left(A\cos\omega t+B\sin\omega t\right)$, unde $\delta=\frac{1}{2L}\left(R_2+\frac{rR_1}{r+R_1}\right)$, iar
$\omega=\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}=\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{1}{4L^2}\left(R_2+\frac{rR_1}{r+R_1}\right)^2}$
Constantele A şi B se obțin din condițiile inițiale: $i_2(0)=0$ şi din $(*)$ rezultă
$\frac{q(0)}{C}+i_2(0)R_2-\frac{E-i_2(0)r}{r+R_1}R_1+L\frac{di_2(0)}{dt}=0$, de unde $\frac{di_2(0)}{dt}=\frac{ER_1}{L(r+R_1)}$.
Înlocuind aceste condiții inițiale în soluția generală, obținem:
$A=0$ şi $B=\frac{ER_1}{\omega L(r+R_1)}$. Aşadar, amplitudinea intensității curentului $i_2(t)$ în funcție de timp este $I_{2,\max}(t)=Be^{-\delta t}=\frac{ER_1}{\omega L(r+R_1)}e^{-\delta t}$,iar expresia intensității curentului prin R_2 este:
$\boxed{i_2(t)=\frac{ER_1}{\omega L(r+R_1)}e^{-\delta t}\sin\omega t}$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>d) Folosind valorile numerice, obținem pe rând:
$Q=\sqrt{\frac{L}{C}}\cdot\frac{r+R_1}{R_1R_2+r(R_1+R_2)}=7,1$</td><td>0,25</td><td rowspan="8">2,00</td></tr>
<tr><td>$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}=1,0\cdot10^4\,\text{rad/s}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$\delta=\frac{1}{2L}\left(R_2+\frac{rR_1}{r+R_1}\right)=7,0\cdot10^2$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$\omega=\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}=1,0\cdot10^4$ rad/s</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$T=\frac{2\pi}{\omega}=6,3\cdot10^{-4}\text{s}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$D=\delta T=0,44$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$\tau=\frac{1}{\delta}=1,4\cdot10^{-3}\text{s}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$N=\frac{\tau}{T}=2,3$.</td><td>0,25</td></tr>
</table>

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Se observă că diferențele dintre valorile obținute experimental și cele calculate teoretic sunt foarte mici, ceea ce înseamnă că determinarea datelor experimentale s-a făcut foarte precis		
e) Plecăm de la ecuația $(**)$, pe care o înmulțim cu $\frac{dq}{dt}$ și obținem pe rând: $\frac{d^2q}{dt^2}+2\delta\frac{dq}{dt}+\omega_0^2 q=\omega_0^2 q_\infty \quad / \frac{dq}{dt}$ $\frac{d^2q}{dt^2}\frac{dq}{dt}+2\delta\left(\frac{dq}{dt}\right)^2+\omega_0^2 q\frac{dq}{dt}=\omega_0^2 q_\infty\frac{dq}{dt}$ De aici $\left(\frac{dq}{dt}\right)^2=\frac{1}{2\delta}\left(\omega_0^2 q_\infty\frac{dq}{dt}-\omega_0^2 q\frac{dq}{dt}-\frac{dq}{dt}\frac{d^2q}{dt^2}\right)$, sau $\left(\frac{dq}{dt}\right)^2=i_2^2=\frac{1}{2\delta}\frac{d}{dt}\left(\omega_0^2 q_\infty q-\frac{1}{2}\omega_0^2 q^2-\frac{1}{2}\left(\frac{dq}{dt}\right)^2\right)$. Astfel, $W_{dis}=\int_0^\infty i_2^2 R_2 dt=\frac{R_2}{2\delta}\int_0^\infty \frac{d}{dt}\left(\omega_0^2 q_\infty q-\frac{1}{2}\omega_0^2 q^2-\frac{1}{2}\left(\frac{dq}{dt}\right)^2\right)dt=\frac{R_2}{2\delta}\left[\omega_0^2 q_\infty q-\frac{1}{2}\omega_0^2 q^2-\frac{1}{2}\left(\frac{dq}{dt}\right)^2\right]\Bigg\|_0^\infty$ Având în vedere că $q(0)=0$ și $\frac{dq_\infty}{dt}=0$, se obține: $\boxed{W_{dis}=\frac{R_2}{2\delta}\cdot\frac{1}{2}\omega_0^2 q_\infty^2}$ sau înlocuind datele problemei: $\boxed{W_{dis}=\frac{E^2CR_1^2R_2}{2(r+R_1)\left[R_1R_2+r(R_1+R_2)\right]}}$. Numeric, se obține $W_{dis}=3{,}3\cdot 10^{-5}\,\mathrm{J}$.	0,75	**1,00**
În caz particular, cu r = 0, rezultă $W_{dis}=\frac{CE^2}{2}=7{,}2\cdot 10^{-5}\,\mathrm{J}$ și $q_\infty=CE=1{,}2\cdot 10^{-5}C$	0,25	
Oficiu	1,00	**1,00**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.