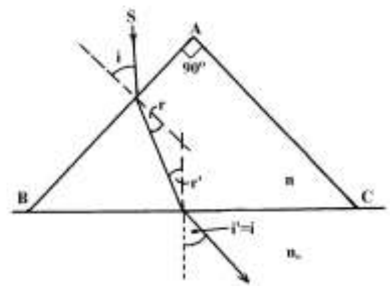
Ministerul Educaţiei Naţionale
Inspectoratul Şcolar Judeţean – BRĂILA
CONCURSUL NAŢIONAL DE FIZICĂ "EVRIKA!"
Ediţia a 24-a, 22 martie 2014, Brăila
CLASA a IX-a

REZOLVARE ȘI BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

1. O problemă combinată (Optică și Cinematică)

A. O prismă stând pe apă (sau pe un alt lichid) …..(4,5 puncte)

a). $\sin i = n \sin r$, $r + r' = 45^0$, $r' = 45^0 - r$, $n \sin r' = n \sin(45^0 - r) = n_0 \sin i = n n_0 \sin r$; în ultima relaţie indicele de refracţie n se simplifică şi găsim $tgr = 1/(1 + n_0\sqrt{2}) \approx 0{,}347$, adică $r \approx 19{,}1^0$ **……..…..…….1 p**



b). $\sin i = (3/2)\sin 19{,}1^0$; de aici $i \approx 29{,}4^0$ **…....….0,5 p**

c). $\Delta = (i - r) + (i' - r')$, cu $i' = i$ şi $r + r' = 45^0$. Găsim $\Delta = 2i - 45^0 = 13{,}8^0$. **…………………………....……….1 p**

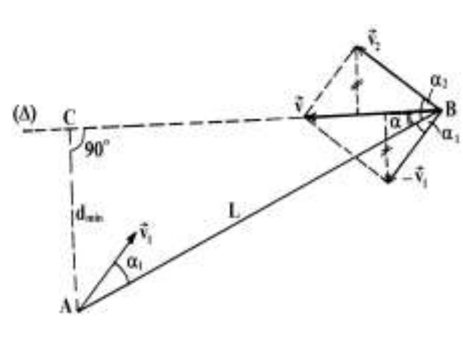
d). $i \to 90^0$, $r \to \ell = \arcsin(1/n)$, $r' \to 45^0 - \ell$. Legea $n_0 \sin i' = n \sin r'$ ne conduce la expresia $\sin i' = (3/8)[\sqrt{5/2} - \sqrt{2}] = 0{,}063$. De aici $i' \approx 3{,}59^0$ **…………………............….1 p**

e). Unghiul de incidenţă din punctul Q este de 45^0 (adică $A/2$). Avem $\sin(A/2) = n_p \sin r$. La interfaţa ipotenuză-lichid unghiul de incidenţă este $i' = A/2 + r$. Când $i' > \arcsin(n_\ell / n_p)$, pe ipotenuza BC se produce reflexie totală. Din relaţia $\sin(A/2 + r) > n_\ell / n_p$, în care ţinem cont că $\sin r = (1/n_p)\sin(A/2)$, obţinem în final $n_p > \sqrt{1 - \frac{2n_\ell}{tg(A/2)} + n_\ell^2\left(1 + \frac{1}{tg^2(A/2)}\right)}$ (se acceptă alte variante corecte, precum următoarea: $n_p > \sqrt{1 - 2n_\ell + 2n_\ell^2}$). Calculul numeric ne dă inegalitatea $n_p > \sqrt{2{,}5} \approx 1{,}58$. Dacă lichidul respectiv ar fi chiar apa, cu $n_{apa} = 4/3$, ar rezulta $n_p > (1/3)\sqrt{17} = 1{,}37$ **……………………………….....………………1 p**

B. Două bărci……………………………………………........……………….. (4,5 puncte)

Studiem mişcarea bărcii (B) în sistemul de referinţă legat de barca (A). Viteza relativă a bărcii (B) faţă de barca (A) este $\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \vec{v}_2 + (-\vec{v}_1)$ **……………………1p**

Regula paralelogramului (vezi figura) ne permite să aflăm vectorul rezultant $\vec{v}$, al cărui suport (Δ) este direcţia de mişcare a bărcii (B) faţă de barca (A). Distanţa minimă dintre bărci este dată de segmentul AC, perpendicular pe (Δ). **…………….….…..0,75p**



Componentele normale pe (Δ) ale vectorilor $\vec{v}_2$ şi $(-\vec{v}_1)$ trebuie să fie egale, astfel că putem scrie $v_1 \sin(\alpha_1 + \alpha) = v_2 \sin(\alpha_2 - \alpha)$. **………………..…….0,75p**

De aici deducem cu uşurinţă relaţia $tg\alpha = \frac{v_2 \sin\alpha_2 - v_1 \sin\alpha_1}{v_2 \cos\alpha_2 + v_1 \cos\alpha_1}$, **(*). 1p**

Aflându-l astfel pe α, putem scrie $d_{\min} = L\sin\alpha$ **..0,25p**

Modulul v al vitezei relative se poate afla din relaţia evidentă $v = v_1\cos(\alpha_1 + \alpha) + v_2\cos(\alpha_2 - \alpha)$, în care α este cel furnizat de relaţia (*).

[El se poate afla şi cu ajutorul teoremei generalizate a lui Pitagora (fără cunoaşterea prealabilă a unghiului α) : $v = [v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2\cos(\alpha_1 + \alpha_2)]^{1/2}$].

În aplicaţia numerică:

$\alpha = arctg\frac{2-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+1} = arctg\frac{5\sqrt{3}-8}{11} \approx 3{,}43^0$; $v = v_1\sqrt{5} \approx 2{,}24v_1 \approx 11{,}2m/s$ **;……………..0,25p**

$d_{\min} = L\sin\alpha \approx 12m$; $\tau = \frac{BC}{v} = \frac{L\cos\alpha}{v} \approx 17{,}8s$ **. ………………………………….0,5p**

Din oficiu...1 punct
Total…………………………………………………......…...………10 puncte

2. Aruncări pe oblică (două probleme de cinematică cu conținut similar)
A. Precizie şi efort minimal ………………………………………......…..(7 puncte)

a). Traiectoria mingii lansate este parabola $y = xtg\alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\alpha}$ (cunoașterea sau deducerea acestei formule)**……………………………………………..…. 1,5p**

Pentru ca traiectoria să treacă prin G, coordonatele $x_G = S$, $y_G = H$ trebuie să satisfacă această ecuaţie, astfel că putem scrie $H = Stg\alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2\cos^2\alpha}$. De aici îl scoatem pe v_0^2 sub forma $v_0^2 = \frac{gS^2}{2(Stg\alpha - H)\cos^2\alpha}$ **. …………………………………………….……0,5p**

Minimul vitezei de lansare înseamnă valoare maximă pentru expresia de la numitorul fracției . O notăm cu $F(\alpha)$ şi putem scrie succesiv

$F(\alpha) \equiv 2(Stg\alpha - H)\cos^2\alpha = S\sin(2\alpha) - 2H\cos^2\alpha = -H + [S\sin(2\alpha) - H\cos(2\alpha)]$.

Definind un unghi ϕ prin relaţia $tg\phi \equiv H/S$ observăm că $S = \sqrt{H^2+S^2}\cos\phi$, respectiv $H = \sqrt{H^2+S^2}\sin\phi$ și astfel găsim

$F(\alpha) = -H + \sqrt{H^2+S^2}[\sin(2\alpha)\cos\phi - \cos(2\alpha)\sin\phi] = -H + \sqrt{H^2+S^2}\sin(2\alpha - \phi)$. **….1,5p**

Maximul acestei funcţii corespunde lui $2\alpha - \phi = \pi/2$, când sinusul este $+1$, adică se atinge pentru $\alpha = \pi/4 + (1/2)arctg(H/S)$ iar $F_{\max} = -H + \sqrt{H^2+S^2}$ **. ……......…0,75p**

Astfel $(v_0^2)_{\min} = g(H + \sqrt{H^2+S^2})$. **……………………………….........… 0,75p**

b). Cu acest unghi de lansare şi cu viteza iniţială minimă obţinem bătaia

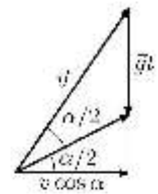
$x_{Bataie} = [(v_0^2)_{\min}/g]\sin(2\alpha) = [(v_0^2)_{\min}/g]\cos\phi = S[1 + H/\sqrt{H^2+S^2}]$ **……………..….1p**

c).În cazul particular: $(v_0^2)_{\min} = gH(1+\sqrt{5})$, iar $\alpha = 45^0 + (1/2)arctg(0{,}5) \approx 58{,}28^0$.

Pe de altă parte $x_{Bataie} \approx 2{,}89H > 2H = S$. **……………………….........……1p**

B. Orientarea vitezei în spațiu………………….................………(2 puncte)

a). Conform desenului alăturat putem scrie $v\sin\alpha - gt = (v\cos\alpha)tg(\alpha/2)$ și, de aici, după câteva calcule simple, găsim că $t = (v/g)tg(\alpha/2)$ **.........… 1 p**



b).În vârful traiectoriei mingea are viteza $v_x = v\cos\alpha$ iar accelerația centripetă este $a_{cp} = v_x^2/R = g$. De aici, raza de curbură a traiectoriei (așa-numita rază a cercului osculator) în vârful său este $R = (v^2/g)\cos^2\alpha$ **…1 p**

Din oficiu..1 p

Total...10 puncte

3. Optică geometrică experimentală

a)**………………………………………………………………(7 puncte)**

Fie x distanța de la filament la lentilă și $f(>0)$ distanța focală a lentiei. Ea este convergentă deoarece imaginile filamentului sunt reale. Pentru cele două poziții cu imagini clare putem scrie relația de conjugare optică $1/x + 1/(H-x) = 1/f$ **…….1p**

din care găsim ecuația $x^2 - Hx + Hf = 0$, cu soluțiile

$x_{1,2} = H/2 \pm \sqrt{(H/2)^2 - Hf} = (H/2)[1 \pm \sqrt{1-4f/H}]$ **…………………………………1p**

Conform enunțului $h = x_1 - x_2 = (H/2)[2\sqrt{1-4f/H}] = \sqrt{H^2 - 4fH}$, **(*)…………1p**

În cele două cazuri, mărirea transversală este

$\beta_1 = \ell_1/\ell = (H - x_1)/x_1 = \left(H - \sqrt{H^2 - 4fH}\right)\Big/\left(H + \sqrt{H^2 - 4fH}\right)$, **……………………..1p**

respectiv $\beta_2 = \ell_2/\ell = (H - x_2)/x_2 = \left(H + \sqrt{H^2 - 4fH}\right)\Big/\left(H - \sqrt{H^2 - 4fH}\right)$ **………...1p**

Rezultă imediat că $\beta_1\beta_2 = 1$ **……………………………………………….. 0,5p**

Introducem notația ajutătoare

$k \equiv \sqrt{\ell_2/\ell_1} = \sqrt{\beta_2/\beta_1} = \beta_2 = \left(H + \sqrt{H^2 - 4fH}\right)\Big/\left(H - \sqrt{H^2 - 4fH}\right)$.

De aici rezultă că $H(k-1)/(k+1) = \sqrt{H^2 - 4fH} = h$ (vezi relația (*))**…………1p**

și astfel deducem că $H = h(k+1)/(k-1) = 245cm.$ **……………………………..0,5p**

b). Din relația (*) obținem ușor că $f = (H^2 - h^2)/(4H) = 60cm = 0{,}6m$, astfel încât

$C = 1/f = 10/6 = 5/3 = 1{,}67m^{-1}$ **………………………………….............….(1punct)**

c). Ținând cont că $\beta_1\beta_2 = 1$, din relația $\beta_1\beta_2\ell^2 = \ell_1\ell_2$ rezultă

$\ell = \sqrt{\ell_1\ell_2} = 12mm$ **…………………………………………........……(1punct)**

Din oficiu……………………………………………………......………1p

Total ……………………………………………………...……………10 puncte

Probleme selectate și propuse de:
Prof.univ.dr. Uliu Florea, Departamentul de Fizică, Universitatea din Craiova
Prof. Popescu Viorel, Colegiul Național "Ion C. Brătianu", Pitești
Prof. Moraru Florin, Liceul Teoretic „Nicolae Iorga", Brăila