PROBLEMĂ TERMODINAMICĂ

REZOLVARE ȘI BAREM (10 puncte)

a)

În conformitate cu notațiile din figura 1, puterea termică schimbată cu exteriorul printr-unul dintre capacele cilindrului este:

$$P_{\text{th\_baza}} = \iint \vec{J}_z \vec{u}_z dS = -\frac{\pi D^2}{4}\left(\lambda \frac{dT}{dz}\right) \qquad \text{.................... 1p}$$

deoarece vectorul densitate de curent termic pe direcția Oz, $\vec{J}_z = -\lambda \frac{dT}{dz}\vec{u}_z$, este constant pe suprafața capacului cilindrului.

Deoarece regimul de transfer termic este staționar, putem scrie:

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{4}{\pi\lambda D^2} P_{\text{th\_baza}} = \text{ct} \qquad \text{...............................0.5p}$$

iar prin integrare între marginile peretelui lateral obținem:

$$T_e - T_c = \frac{4d}{\pi\lambda D^2} P_{\text{th\_baza}}$$

de unde rezultă:

$$P_{\text{th\_baza}} = \frac{\pi\lambda D^2}{4d}\left(T_e - T_c\right) \qquad \text{...........................1p}$$

Obs: Am considerat pozitivă puterea termică transmisă de la exterior către interior.

În mod analog, calculând transferul termic prin peretele lateral al cilindrului obținem:

$$P_{\text{th\_lat}} = \iint \vec{J}_\rho \vec{u}_\rho dS = \iint -\lambda \frac{dT}{d\rho}\rho d\varphi dz = -\lambda \frac{dT}{d\rho}\rho \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^L dz = -2\pi\lambda L \rho \frac{dT}{d\rho} \qquad \text{......1p}$$

Deoarece regimul de transfer termic este staționar, putem scrie:

$$\rho \frac{dT}{d\rho} = \frac{P_{\text{th\_lat}}}{2\pi\lambda L} = \text{ct} \qquad \text{....................0.5p}$$

și rezultă imediat că:

$$dT = \frac{P_{\text{th\_lat}}}{2\pi\lambda L}\frac{d\rho}{\rho}$$

iar prin integrare între marginile peretelui, D/2 și D/2+d, obținem:

$$T_e - T_c = \frac{P_{\text{th\_lat}}}{2\pi\lambda L}\ln\left(1 + \frac{2d}{D}\right)$$

De aici rezultă:

$$P_{\text{th\_lat}} = \frac{2\pi\lambda L}{\ln\left(1+\frac{2d}{D}\right)}\left(T_e - T_c\right) \qquad \text{.................... 1p}$$

Obs: Și în acest caz am considerat pozitivă puterea termică transmisă de la exterior către interior.

Puterea termică totală schimbată cu exteriorul este:

$$P_{\text{th\_tot}} = P_{\text{th\_lat}} + 2P_{\text{th\_baza}} = \pi\lambda\left(\frac{2L}{\ln\left(1+\frac{2d}{D}\right)} + \frac{D^2}{2d}\right)\left(T_e - T_c\right) = a\left(T_e - T_c\right) \qquad \text{............. 1p}$$

unde am notat $a = \pi\lambda\left(\frac{2L}{\ln\left(1+\frac{2d}{D}\right)} + \frac{D^2}{2d}\right)$.

Deoarece $\frac{2d}{D} = 0.02 << 1$, putem aproxima $\ln\left(1+\frac{2d}{D}\right) \approx \frac{2d}{D}$ și obținem :

$$a \approx \pi\lambda\frac{D}{d}\left(L + \frac{D}{2}\right) = 1727 \text{ W/K} \qquad \text{...............................1p}$$

b)

Pentru ca regimul termic în interiorul cabinei să ramână staționar, trebuie ca suma algebrică a puterilor termice datorate sistemului de climatizare, ocupanților și schimbului cu exteriorul să fie zero:

$$P_{\text{clima}} + P_{\text{th\_total}} + P_{\text{calatori}} = 0 \qquad \text{.................................0.5p}$$

de unde rezultă:

$$P_{\text{clima}} = -a(T_e - T_c) - N_p P_p \qquad \text{..............................0.5p}$$

Pentru cele două cazuri studiate obținem:

- la sol : $P_{\text{clima1}} = -a(T_{e1} - T_c) - N_p P_p = -30.77 \text{ kW} < 0$, deci sistemul de climatizare produce o răcire a cabinei avionului. 1p
- la altitudine : $P_{\text{clima2}} = -a(T_{e2} - T_c) - N_p P_p = 124.66 \text{ kW} > 0$, deci sistemul de climatizare produce o încălzire a cabinei avionului. 1p