

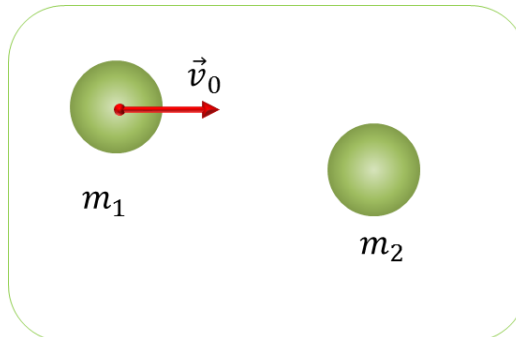


Mecanică

Două bile de fildeș au masele m_1 respectiv m_2 și se află pe o masă de biliard. Bila de masă m_1 se deplasează cu viteza \vec{v}_0 și ciocnește perfect elastic bila de masă m_2 aflată în repaus. Neglijază toate frecările.

1. Scrie expresiile vitezelor celor două bile *înainte* și *după* ciocnire în SCM (sistem de referință legat de centrul de masă al sistemului format din cele două bile), în funcție de \vec{v}_0 și $k = m_2/m_1$.

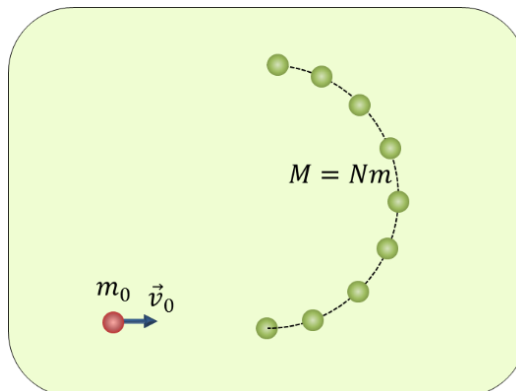
2. Cu ce unghi maxim deviază bila-proiectil (m_1) după ciocnirea perfect elastică? Discuție în funcție de raportul maselor celor două bile $k = m_2/m_1$.



N bile identice, având masa totală M , sunt așezate pe masa de biliard pe un arc de cerc, la distanțe egale între ele (vezi figura). O altă bilă, care are masa m_0 , vine din stânga și, după ce ciocnește perfect elastic toate bilele, se întoarce pe o direcție paralelă cu cea inițială.

3. Află valoarea minimă a raportului M/m_0 care permite realizarea mișcării descrise mai sus, la limita $N \rightarrow \infty$.

4. Arată că variația relativă a modulului vitezei bilei de masă m_0 în condițiile punctului anterior este mai mică decât $e^{-\pi}$.



Problemă propusă de
 Prof. dr. Constantin Corega, CNER Cluj-Napoca

1	<p>Centrul de masă se mișcă cu viteza</p> $\vec{v}_{CM} = \frac{m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02}}{m_1 + m_2} = \frac{1}{1+k} \vec{v}_0$ <p>În SCM, înainte de ciocnire, cele două bile au vitezele:</p> $\vec{v}_1 = \vec{v}_{01} - \vec{v}_{CM} = \frac{k}{1+k} \vec{v}_0, \quad \vec{v}_2 = \vec{v}_{02} - \vec{v}_{CM} = -\frac{1}{1+k} \vec{v}_0$ <p>Impulsurile lor sunt:</p> $\vec{p}_1 = m_1 \vec{v}_1 = \frac{k}{1+k} m_1 \vec{v}_0 = \frac{k}{1+k} \vec{p}_{01}, \quad \vec{p}_2 = m_2 \vec{v}_2 = -\frac{k}{1+k} \vec{p}_{01} = -\vec{p}_1.$ <p>Notăm $\vec{p}_i = \vec{p}_1 = -\vec{p}_2$.</p> <p>Scriem conservarea impulsului: $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 = 0$</p>	3p
---	---	-----------

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.



Ministerul Educației Naționale
 Inspectoratul Școlar Județean Satu Mare
Olimpiada Națională de Fizică
31 martie - 5 aprilie 2013
Selecția lotului olimpic lărgit

Baraj

Pagina 2 din 2

	<p>De aici rezultă că $\vec{p}_f = \vec{p}'_1 = -\vec{p}'_2$.</p> <p>Din conservarea energiei cinetice</p> $\frac{p_i^2}{2m_1} + \frac{p_i^2}{2m_2} = \frac{p_f^2}{2m_1} + \frac{p_f^2}{2m_2} \Rightarrow p_i = p_f;$ <p>Astfel, după ciocnirea perfect elastică, modulele vitezelor celor două corpuri nu se modifică $v_{1f} = v_{1i}$; $v_{2f} = v_{2i}$. Direcțiile de mișcare depind de parametrul de ciocnire! <i>Observație.</i> În SL cele două corpuri vor avea vitezele: $\vec{v}_{L1} = \vec{v}_{1f} + \vec{v}_{CM}$; $\vec{v}_{L2} = \vec{v}_{2f} + \vec{v}_{CM}$</p>		
2	<p>Cum</p> $\vec{v}_{L1} = \vec{v}_{1f} + \vec{v}_{CM}$ <p>se observă ușor (vezi figura) că</p> $\sin \theta_m = \frac{v_1}{v_{CM}} = k.$ <p>Discuție Dacă $k > 1$ atunci $\theta_m = \pi$ (ciocnire centrală). Dacă $k = 1$ atunci nu există extremum ($\theta_m = \pi/2$, nu există, proiectilul se oprește!)</p>		2p
3	<p>Conform figurii $\theta = \pi/(N - 1)$. La limita $N \rightarrow \infty$, $\sin \theta \cong \theta$;</p> $\theta \leq \frac{m}{m_0}, \quad \frac{\pi}{N - 1} \leq \frac{M/N}{m_0}, \quad \pi \leq \frac{M}{m_0}$ <p>Obs. Pentru un m_0 dat trebuie să existe o limită inferioară a lui M; altfel m_0 va trece prin semicerc!</p>		2p
4	<p>Viteza finală după o ciocnire, la unghiul maxim de deviație, este</p> $V = v_0 \sqrt{\frac{m_0^2 - m^2}{m + m_0}} \cong v_0 \left(1 - \frac{m}{m_0}\right)$ <p>După fiecare ciocnire viteza scade cu același factor. Astfel, după cele N ciocniri:</p> $V_f \cong v_0 \left(1 - \frac{m}{m_0}\right)^N = v_0 \left(1 - \frac{\pi}{N}\right)^N.$ <p>Cum $e^x \cong 1 + x$ dacă $x \ll 1$, rezultatul poate fi pus sub forma mai elegantă $e^{-\pi}$. Dar $e^{-\pi} = \frac{1}{23}$ astfel că viteza finală reprezintă maxim 4% din viteza inițială.</p>		3p

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.