



Problema 1 – Mecanică	Parțial	Punctaj
1. Barem subiect 1		10
a. Aplicăm pentru sistemul minge-paletă legea de conservarea a impulsului: $m \cdot \vec{v}_{01} + m' \cdot \vec{v}_{02} = m \cdot \vec{v}_1 + m' \cdot \vec{v}_2$	0,50	3
Aplicăm pentru sistemul minge-paletă legea de conservarea a energiei cinetice: $\frac{m \cdot v_{01}^2}{2} + \frac{m' \cdot v_{02}^2}{2} = \frac{m \cdot v_1^2}{2} + \frac{m' \cdot v_2^2}{2}$	0,50	
Considerăm sensul pozitiv sensul de mișcare al paletii. Viteza mingii după ce a fost lovită este: $v_1 = 2 \frac{m' v_{02} - m \cdot v_{01}}{m + m'} + v_{01}$	0,75	
Deoarece masa paletii, m' , mult mai mare decât masa mingii, m , se poate considera că: $\frac{m}{m'} \rightarrow 0$.	0,25	
Rezultă: $v_1 = 2 \frac{v_{02} - \frac{m}{m'} \cdot v_{01}}{1 + \frac{m}{m'}} + v_{01} \cong 2v_{02} + v_{01}$	1,00	
b. Distanța maximă posibilă dintre O și B este: $L = \sqrt{L_1^2 + L_2^2} = v_A \cdot t$	0,50	3
Mingea cade liber de la înălțimea: $h = \frac{g \cdot t^2}{2} = \frac{g \cdot L^2}{2v_A^2}$	0,50	
Mingea trece razant cu fileul după: $t_1 = \frac{L}{2v_A}$	0,50	
Înălțimea fileului este: $h_1 = h - \frac{g \cdot t_1^2}{2} = \frac{g \cdot L^2}{8v_A^2}$	0,25	
Viteza cu care mingea lovește suprafața de joc în B este: $v_B = \sqrt{v_{Bx}^2 + v_{By}^2} = \sqrt{v_A^2 + \frac{g^2 \cdot L^2}{v_A^2}}$	0,25	
Variația energiei cinetice a mingii de ping-pong între punctul A și punctul B este: $\Delta E_c^{(A \rightarrow B)} = \frac{m \cdot v_B^2}{2} - \frac{m \cdot v_A^2}{2}; \Delta E_c^{(A \rightarrow B)} = \frac{m \cdot g^2 \cdot L^2}{2v_0^2}$	0,50	
Variației energiei potențiale a mingii între punctul A și punctul B față de podea este: $\Delta E_p^{(A \rightarrow B)} = m \cdot g \cdot H - m \cdot g \cdot (H + h); \Delta E_p^{(A \rightarrow B)} = -\frac{m \cdot g^2 \cdot L^2}{2v_A^2}$	0,50	

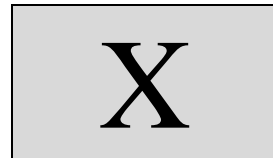
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



Pagina 2 din 8

<p>c. Viteza bilei reprezintă o fracțiune k din viteza pe care o avea înainte de ciocnire:</p> $k = \frac{v'_1}{v_1} = \frac{\sqrt{2gh_1}}{\sqrt{2gh_0}} = \sqrt{\frac{h_1}{h_0}}$	1,00	
<p>Durata necesară opririi definitive a mingii este:</p> $\Delta t = \tau_1 + \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \dots + \tau_n$	0,50	
<p>unde:</p> $\tau_1 = t_{01} + t_1 + t'_1; t_{01} = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}; t_1 = f \cdot t_{01}; t'_1 = k \cdot t_{01}$ $\tau_2 = t_{02} + t_2 + t'_2; t_{02} = t'_1; t_2 = f \cdot t_{02}; t'_2 = k \cdot t_{02}$ $\tau_3 = t_{03} + t_3 + t'_3; t_{03} = t'_2; t_3 = f \cdot t_{03}; t'_3 = k \cdot t_{03}$ <p>.....</p> $\tau_n = t_{0n} + t_n + t'_n; t_{0n} = t'_{n-1}; t_n = f \cdot t_{0n}; t'_n = k \cdot t_{0n}$	1,00	3
<p>Rezultă:</p> $\Delta t = t_{01} \cdot (1 + f + k) + t_{01} \cdot (1 + f + k) \cdot k + t_{01} \cdot (1 + f + k) \cdot k^2 + \dots + t_{01} \cdot (1 + f + k) \cdot k^n$ <p style="text-align: center;">;</p> $\Delta t = (1 + f + k) \cdot \frac{1 - k^{n+1}}{1 - k} \cdot \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \cong \frac{1 + f + \sqrt{\frac{h_1}{h_0}}}{1 - \sqrt{\frac{h_1}{h_0}}} \cdot \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$	0,50	
Oficiu		1

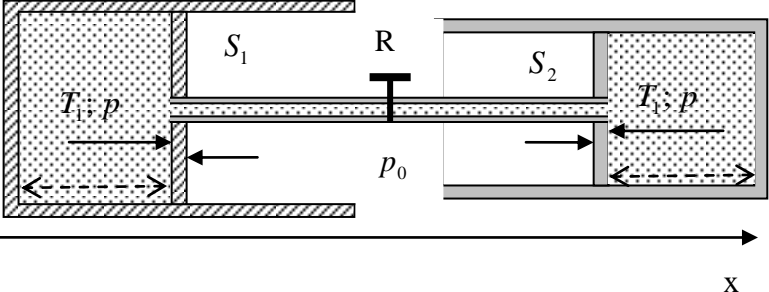
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



Subiect 2 Teorie	Parțial	Punctaj
2. Barem subiect 1		10
<p>a) Condiția de echilibru mecanic a ansamblului pistoane-tub:</p> $(p_1 - p_0)S_1 = (p_2 - p_0)S_2 \stackrel{\text{enunț}}{\iff} p_1 = \alpha p_2 + (1 - \alpha)p_0 \quad (1)$ <p>Gazul din cilindrul (2) suferă o transformare adiabatică de ecuație:</p> $p_0(lS_2)^\gamma = p_2[l(1-f)S_2]^\gamma \stackrel{\text{enunț}}{\iff} p_2 = p_0(1-f)^{-\gamma} \quad (2)$ <p>Numeric $p_2 \cong 1,45 \cdot 10^5 \text{ Pa}$</p> <p>Din relațiile (1) și (2) rezultă: $p_1 = p_0[\alpha(1-f)^{-\gamma} + 1 - \alpha]$ (3)</p> <p>Numeric $p_1 \cong 1,225 \cdot 10^5 \text{ Pa}$</p> <p>Temperatura din cilindrul (1) se determină din ecuația transformării generale:</p> $\frac{p_0 l S_1}{T_0} = \frac{p_1 l (1+f) S_1}{T_1} \stackrel{(3)}{\implies} T_1 = T_0(1+f)[\alpha(1-f)^{-\gamma} + 1 - \alpha] \quad (4)$ <p>Numeric $T_1 \cong 441 \text{ K}$</p> <p>Pentru temperatura din cilindrul (2) se poate utiliza ecuația adiabatei în coordonate (T,V):</p> $T_0(lS_2)^{\gamma-1} = T_2[l(1-f)S_2]^{\gamma-1} \stackrel{\text{enunț}}{\iff} T_2 = T_0(1-f)^{1-\gamma} \quad (5)$ <p>Numeric $T_2 \cong 348 \text{ K}$</p>	0,5 p 0,8 p 0,2 p 0,5 p 0,2 p 0,8 p 0,2 p 0,6 p 0,2 p	4
<p>b) Ecuația principiului I al termodinamicii pentru sistemul format din gazul aflat în cei doi cilindri se scrie: $Q = \Delta U + L$ (6)</p> <p>Variația energiei interne a sistemului: $\Delta U = \Delta(U_1 + U_2) = \nu_1 C_V(T_1 - T_0) + \nu_2 C_V(T_2 - T_0)$ (7)</p> <p>Din ecuația de stare pentru gazul din cilindri în starea inițială:</p> $p_0 l S_1 = \nu_1 R T_0 \quad (\text{cilindrul 1}) \quad (8)$ $p_0 l S_2 = \nu_2 R T_0 \quad (\text{cilindrul 2}) \quad (9)$ <p>se obține raportul cantităților de substanță: $\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{S_2}{S_1} = \alpha$ (10)</p> <p>Lucrul mecanic efectuat de sistem, la o deplasare a pistoanelor egală cu $f \cdot l$ spre dreapta:</p> $L = p_0(S_1 - S_2)fl \stackrel{8,9}{\implies} L = f(\nu_1 - \nu_2)RT_0 \quad (11)$ <p>Căldura primită de sistem, egală cu căldura primită de gazul din cilindrul (1), este conform rel. (7) și (11): $Q_1 = Q = \nu_1 C_V(T_1 - T_0) + \nu_2 C_V(T_2 - T_0) + f(\nu_1 - \nu_2)RT_0$ (12)</p> <p>Așadar, raportul cerut va fi:</p> $\frac{Q_1}{\Delta U_1} = \frac{\nu_1 C_V(T_1 - T_0) + \nu_2 C_V(T_2 - T_0) + f(\nu_1 - \nu_2)RT_0}{\nu_1 C_V(T_1 - T_0)} \stackrel{10}{\implies} \frac{Q_1}{\Delta U_1} = 1 + \frac{\alpha(T_2 - T_0)}{T_1 - T_0} + \frac{f(\gamma-1)(1-\alpha)T_0}{T_1 - T_0} \quad (13)$	0,2 p 0,5 p 0,5 p 0,5 p 0,6 p	3

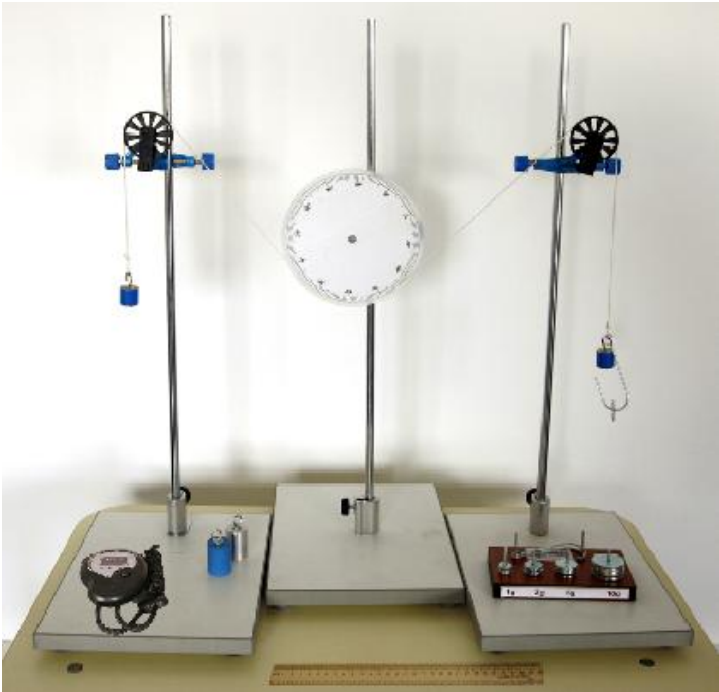
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



<p>Numeric $\frac{Q_1}{\Delta U_1} \cong 1,31$</p>	0,2 p	
<p>c) După un anumit interval de timp de la deschiderea robinetului R, temperatura T_1 și presiunea p vor avea aceleași valori în ambii cilindri.</p>  <p>Forța rezultantă ce acționează asupra ansamblului pistoanelor este:</p> $F_x = (p - p_0)S_1 - (p - p_0)S_2 = (p - p_0)(S_1 - S_2) \quad (14)$ <p>Deosebim cazurile:</p> <p>1. $p > p_0 \Rightarrow F_x > 0$ iar ansamblul se va deplasa spre dreapta până când pistonul de arie S_2 atinge baza cilindrului în care se află; volumul ocupat de gaz va fi maxim posibil ($2 \cdot S_2 \cdot l$) iar presiunea:</p> $p = \frac{(v_1 + v_2)RT_1}{2S_2l} = \frac{v_1(1+\alpha)RT_1}{2S_2l} = \frac{p_1 S_1 (1+f)(1+\alpha)}{2S_2l} = \frac{p_1(1+f)(1+\alpha)}{2} \quad (15)$ <p>Numeric $p \cong 1,1 \cdot 10^5 \text{ Pa} > p_0$ și deci distanța cerută este $d=0$</p> <p>2. $p < p_0 \Rightarrow F_x < 0$ iar ansamblul se va deplasa spre stânga până când pistonul de arie S_1 atinge baza cilindrului (1); volumul ocupat de gaz va fi minim posibil ($2 \cdot S_1 \cdot l$) iar presiunea:</p> $p = \frac{(v_1 + v_2)RT_1}{2S_1l} = \frac{v_1(1+\alpha)RT_1}{2S_1l} = \frac{p_1 S_1 (1+f)(1+\alpha)}{2S_1l} = \frac{p_1(1+f)(1+\alpha)}{2\alpha} \quad (16)$ <p>Numeric $p \cong 2,2 \cdot 10^5 \text{ Pa} > p_0$ (contradicție cu ipoteza inițială).</p>	0,5 p	2
Oficiu	1	1

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



Problema 3 - Prelucrarea datelor experimentale	Parțial	Punctaj
		20
a) Dispozitivul experimental		4
Cu dispozitivele date se realizează montajul reprezentat în figura 1. 	4 p	
b) Determinarea coeficientului de frecare dintre fir și disc		6
1) Pentru diferite valori ale unghiului α , $0 < \alpha < 90^\circ$, se notează valorile maselor m_1 și respectiv m_2 , care asigură deplasarea uniformă a firului peste disc (fig. 2), astfel încât: $T_2 = m_2 g; T_1 = m_1 g;$		

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

$$T_2 \approx T_1 \left(1 + \frac{\mu\alpha}{1!} + \frac{\mu^2\alpha^2}{2!} \right);$$

$$\frac{m_2}{m_1} = 1 + \mu\alpha + \frac{\mu^2\alpha^2}{2};$$

$$\mu^2\alpha^2 + 2\mu\alpha - 2\left(\frac{m_2}{m_1} - 1\right) = 0;$$

$$\mu\alpha = \sqrt{1 + 2\left(\frac{m_2}{m_1} - 1\right)} - 1,$$

din care se determină apoi valoarea coeficientului de frecare;

$$\mu = \frac{1}{\alpha} \left(\sqrt{1 + 2\left(\frac{m_2}{m_1} - 1\right)} - 1 \right).$$

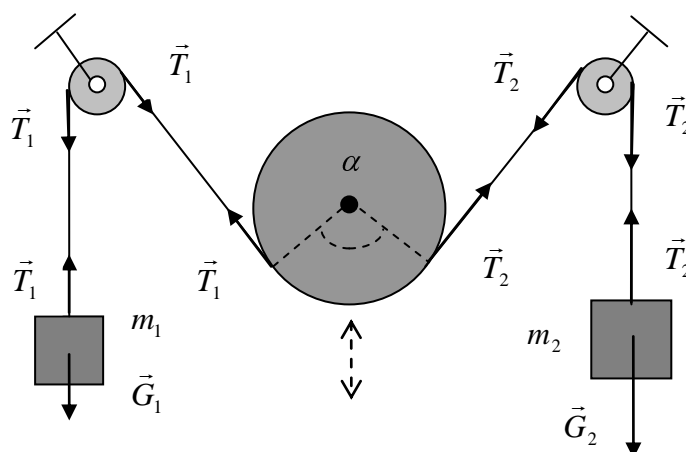


Fig. 2

2) Cu valorile experimentale înregistrate se completează tabelul alăturat.
Tabelul 1

Nr. det.	α (grade)	α rad)	m_1 (g)	m_2 (g)	$\frac{m_2}{m_1}$	μ	μ_{mediu}
1	30	0,523	68	80	1,176	0,311	0,240
2	30	0,523	78	92	1,179	0,316	
3	40	0,697	88	104	1,181	0,239	
4	40	0,697	93	109	1,171	0,228	
5	48	0,837	98	114	1,163	0,181	
6	48	0,837	108	131	1,212	0,230	
7	60	1,046	113	141	1,247	0,212	
8	60	1,046	118	147	1,245	0,21	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



c) Determinarea masei corpului necunoscut		8																														
<p>Metoda 1</p> <p>1) În locul corpului cu masa m_2 se suspendă corpul cu masa necunoscută, m_x. Pentru diferite valori ale unghiului α, se caută valorile masei m_1 astfel încât alunecarea firului peste discul fix să fie uniformă. Cunoscând valoarea coeficientului de frecare prin alunecare dintre fir și disc, determinată anterior, rezultă:</p> $\frac{m_x}{m_1} = 1 + \mu\alpha + \frac{\mu^2\alpha^2}{2};$ $m_x = m_1 \left(1 + \mu\alpha + \frac{\mu^2\alpha^2}{2} \right).$		1 p																														
<p>2) Cu valorile experimentale înregistrate se completează tabelul alăturat.</p> <p>Tabelul 2</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Nr. det.</th> <th>α (grade)</th> <th>α (rad)</th> <th>m_1 (g)</th> <th>m_x (g)</th> <th>$m_{x,mediu}$ (g)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>60</td> <td>1,046</td> <td>32</td> <td>41,04</td> <td>43,00</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>50</td> <td>0,872</td> <td>35</td> <td>43,09</td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>40</td> <td>0,697</td> <td>37</td> <td>43,70</td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>30</td> <td>0,523</td> <td>39</td> <td>44,20</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		Nr. det.	α (grade)	α (rad)	m_1 (g)	m_x (g)	$m_{x,mediu}$ (g)	1	60	1,046	32	41,04	43,00	2	50	0,872	35	43,09		3	40	0,697	37	43,70		4	30	0,523	39	44,20		1 p
Nr. det.	α (grade)	α (rad)	m_1 (g)	m_x (g)	$m_{x,mediu}$ (g)																											
1	60	1,046	32	41,04	43,00																											
2	50	0,872	35	43,09																												
3	40	0,697	37	43,70																												
4	30	0,523	39	44,20																												
<p>Metoda 2</p> <p>1) Pentru diferite valori ale unghiului α, $0 < \alpha < 90^\circ$, se notează valorile maselor m_1 și respectiv $m_2 = m_1 + m_x$, care asigură deplasarea uniform accelerată a sistemului, reprezentat în figura 3, astfel încât, în acord cu principiul fundamental al dinamicii, rezultă:</p> $\vec{T}_1 + \vec{G}_1 = m_1 \vec{a}; \quad \vec{G}_2 + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a};$ $T_1 - m_1 g = m_1 a; \quad m_2 g - T_2 = m_2 a;$ $T_2 = T_1 \left(1 + \mu\alpha + \frac{\mu^2\alpha^2}{2} \right); \quad k = \left(1 + \mu\alpha + \frac{\mu^2\alpha^2}{2} \right); \quad T_2 = kT_1;$ $a = \frac{m_2 - km_1}{m_2 + km_1} g; \quad m_2 = m_1 + m_x;$ $a = \frac{m_1 + m_x - km_1}{m_1 + m_x + km_1} g = \frac{m_x - m_1 \left(\begin{smallmatrix} -1 \\ +1 \end{smallmatrix} \right)}{m_x + m_1 \left(\begin{smallmatrix} -1 \\ +1 \end{smallmatrix} \right)} g;$ $m_x = m_1 \left(k \frac{g+a}{g-a} - 1 \right).$		2 p																														

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

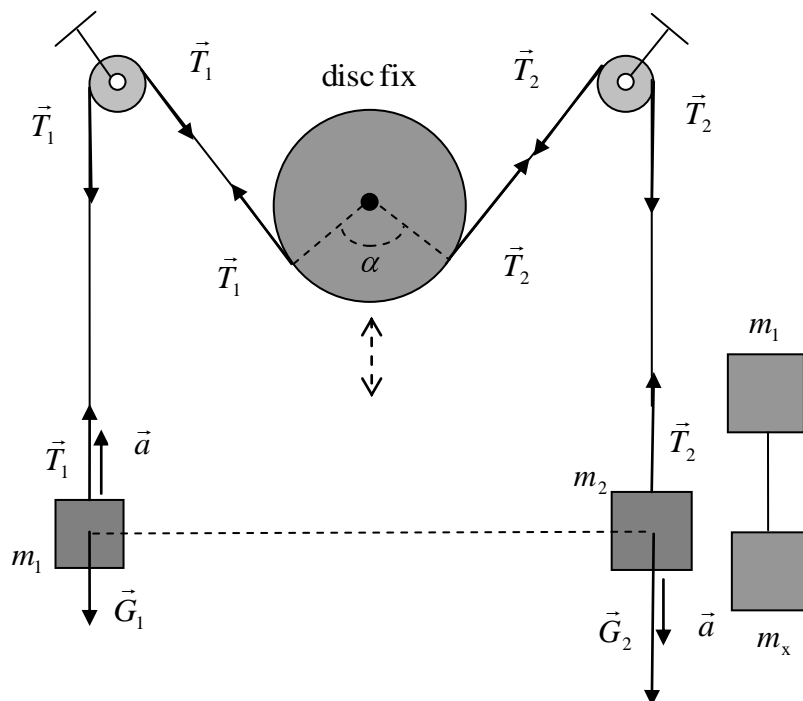


Fig. 3

2) Utilizând rigla și cronometrul se determină durata t a deplasării uniform accelerate a unuia dintre elementele sistemului pe distanța h și se calculează valoarea accelerației sistemului:

$$a = \frac{2h}{t^2}.$$

3) Cu valorile experimentale înregistrate se completează tabelul alăturat.

Nr. det.	m_1 (g)	α (grad)	α (rad)	h (m)	t (s)	a (m/s ²)	m_x (g)	$m_{x,mediu}$ (g)
1	53	60	1,04	0,36	0,65	1,7	44,9	45,4
2	73	60	1,04	0,36	0,8	1,125	45,32	
3	93	60	1,04	0,36	0,95	0,72	44,89	
4	113	60	1,04	0,36	1,22	0,48	46,52	

Oficiu

2

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.