

### Problema I (10 puncte)

#### Scafandru

Un scafandru realizează înregistrări video despre lumea acvatică. Pentru scufundări el utilizează un aparat, care-i permite să respire cât timp se află sub apă. Aparatul are un rezervor care conține un amestec special de gaze, utilizat pentru respirație în timpul scufundării, un tub care permite alimentarea scafandruului cu amestecul de gaze din rezervor și un dispozitiv care reglează presiunea gazelor, care urmează să fie inhalate. În fiecare moment, acest dispozitiv furnizează scafandruului amestecul de gaze la o presiune egală cu presiunea exercitată de mediul înconjurător asupra corpului scafandruului. Consideră că amestecul de gaze utilizat pentru respirația scafandruului poate fi asimilat unui gaz ideal.

#### Sarcina de lucru nr. 1

Înainte de începerea scufundărilor, scafandruul este supus unor investigații medicale. Testul privind respirația normală, în aerul atmosferic, a scafandruului aflat în repaus evidențiază dependența de timp a volumului  $V_p$  de aer din plămâni acestuia. Consideră că pe tot parcursul celor 3 minute, cât durează testul, dependența  $V_p = V_p(t)$  este de tipul celei prezentate în figura 1.

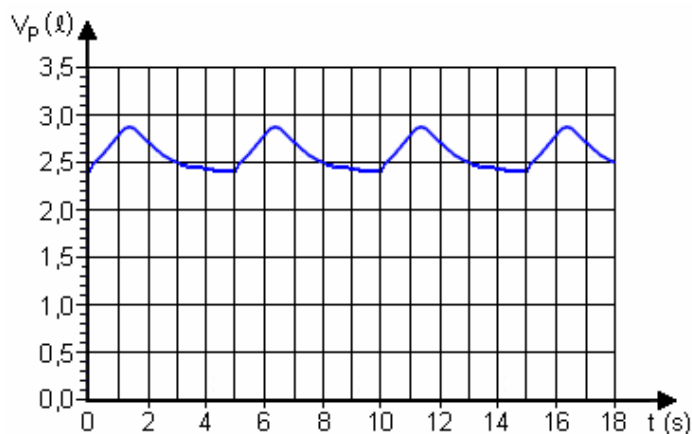


Figura 1

Pentru a răspunde la cerințele din cadrul acestei sarcini de lucru, utilizează informațiile din reprezentarea grafică  $V_p = V_p(t)$ .

**1.a.** Estimează volumul de aer inhalat de scafandru la o singură respirație.

**1.b.** Calculează numărul de respirații pe minut, pentru scafandruul aflat în repaus.

Temperatura aerului din camera în care se efectuează testul privind respirația normală a scafandruului este de  $20^\circ\text{C}$ . Datorită căldurii furnizate de corpul scafandruului, aerul din plămâni are temperatura corpului uman ( $37^\circ\text{C}$ ). Consideră că valoarea căldurii specifice a aerului respirat este de  $1020 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  și că valoarea masei molare a aerului este de  $29 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$ . Constanta universală a gazelor ideale este  $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ , iar presiunea aerului atmosferic are valoarea  $p_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .

**1.c.** Estimează valoarea cantității de căldură furnizată de corpul scafandruului, pentru încălzirea aerului inhalat, în timpul celor 3 minute, cât durează testul.

## Sarcina de lucru nr. 2

Pentru a realiza una dintre înregistrările video, scafandru coboară în ocean la adâncimea de  $20\text{ m}$  și folosește pentru respirația sub apă un aparat care are un rezervor cu volumul de  $15\text{ l}$ . Presiunea aerului atmosferic de la suprafața oceanului este  $1,0 \cdot 10^5\text{ Pa}$ , iar presiunea inițială a amestecului de gaze din rezervor este de  $1,0 \cdot 10^7\text{ Pa}$ . Pentru respirația sub apă, scafandru utilizează o cantitate de  $0,5\text{ l} \cdot \text{s}^{-1}$  din amestecul de gaze.

Consideră că gazele inhalate de scafandru și cele din rezervor au aceeași temperatură, că densitatea apei oceanului este de  $1025\text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  și că accelerația gravitațională are valoarea de  $9,8\text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

**2.a.** Determină expresia intervalului maxim de timp cât amestecul de gaze din rezervor poate asigura respirația scafandrului la adâncimea specificată.

**2.b.** Calculează valoarea maximă a intervalului de timp cât amestecul de gaze din rezervor poate asigura respirația scafandrului la adâncimea de  $20\text{ m}$ .

## Sarcina de lucru nr. 3

Pentru o altă înregistrare video, scafandru coboară în ocean până la adâncimea de  $100\text{ m}$ . În această nouă scufundare, el utilizează pentru respirație un amestec de gaze numit heliox, alcătuit din heliu și oxigen. Amestecul este astfel realizat încât să asigure scafandrului, în timpul respirației sub apă la adâncimea menționată, o concentrație a moleculelor de oxigen, la temperatura de  $20^\circ\text{C}$  egală cu concentrația moleculelor de oxigen din aerul atmosferic, aflat la presiunea  $1,0 \cdot 10^5\text{ Pa}$  și la temperatura de  $20^\circ\text{C}$ .

Dacă îți este necesar, poți ține cont că presiunea unui amestec de gaze este suma presiunilor parțiale ale gazelor componente ale amestecului și că presiunea parțială a unui gaz component al amestecului este presiunea exercitată de acesta, în condițiile în care ar ocupa singur întreg volumul amestecului, la aceeași temperatură ca cea a amestecului.

Procentul care exprimă numărul de molecule de oxigen din numărul total de molecule din aerul atmosferic, aflat la presiunea  $1,0 \cdot 10^5\text{ Pa}$  și la temperatura de  $20^\circ\text{C}$  este de  $21\%$ . Constanta lui Boltzmann are valoarea  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}\text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ .

**3.a.** Determină valoarea concentrației moleculelor de oxigen din aerul atmosferic, în condițiile specificate în cadrul acestei sarcini de lucru.

**3.b.** Dedu expresia pentru procentul de molecule de oxigen din amestecul de gaze inhalate de scafandru aflat la adâncimea de  $100\text{ m}$ .

**3.c.** Calculează valoarea procentului de molecule de oxigen din amestecul de gaze inhalate de scafandru aflat la adâncimea de  $100\text{ m}$ .

## Scafandru - Soluție

### Sarcina de lucru nr. 1

**1.a.** Volumul de aer inhalat la o singură respirație de către scafandru aflat în repaus este estimat pe baza datelor din reprezentarea grafică  $V_P = V_P(t)$ .

$$\begin{cases} V_0 = 2,9\text{ l} - 2,4\text{ l} \\ V_0 = 0,5\text{ l} \end{cases} \quad (1)$$

*Observație: Toate rezultatele numerice din cadrul acestei probleme sunt exprimate prin numere cu două cifre semnificative.*

Relația (1) reprezintă răspunsul la sarcina de lucru 1.a.

**1.b.** Conform reprezentării grafice din figura 2, durata unei singure respirații normale a scafandrului are valoarea

$$\Delta t = 5,0 \text{ s} \quad (2)$$

Numărul de respirații pe minut pentru scafandrului aflat în repaus este

$$f = 12 \text{ min}^{-1} \quad (3)$$

Relația (3) reprezintă răspunsul la sarcina de lucru 1.b.

**1.c.** Cantitatea de căldură absorbită de masa  $m_{aer}$  a aerului inhalat de scafandru supus testului, la o singură respirație, în situația în care temperatura aerului inhalat crește cu cantitatea  $\Delta\theta$  are expresia

$$Q_1 = m_{aer} \cdot c_{aer} \cdot \Delta\theta \quad (4)$$

$$m_{aer} = \rho_{aer} \cdot V_0 \quad (5)$$

unde volumul  $V_0$  are valoarea precizată prin relația (1).

Densitatea  $\rho_{aer}$  a aerului se poate estima, considerând că aerul inhalat este la presiune atmosferică normală  $p_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  și la temperatura  $T_c = 310 \text{ K}$

$$\rho_{aer} = \frac{p_0 \cdot \mu_{aer}}{R \cdot T_c} \quad (6)$$

Substituind expresiile din relațiile (5) și (6) în relația (4) se obține

$$Q_1 = \frac{p_0 \cdot \mu_{aer}}{R \cdot T_c} \cdot V_0 \cdot c_{aer} \cdot \Delta\theta \quad (7)$$

Pentru scafandru supus testului, numărul  $f$  de respirații pe minut este precizat prin relația (3). Cantitatea de căldură furnizată de corpul scafandrului, pentru încălzirea aerului inhalat, în intervalul de timp  $\Delta\tau = 3 \text{ min}$ , cât durează testul pentru respirația normală a scafandrului are expresia

$$\begin{cases} Q = Q_1 \cdot f \cdot \Delta\tau \\ Q = \frac{p_0 \cdot \mu_{aer}}{R \cdot T_c} \cdot V_0 \cdot c_{aer} \cdot \Delta\theta \cdot f \cdot \Delta\tau \end{cases} \quad (8)$$

Înlocuind valorile numerice în relația (8) și efectuând calculul se obține

$$\begin{cases} Q = \frac{(1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa})(29 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1})}{(8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})(310 \text{ K})} (0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3)(1020 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})(17 \text{ K})(0,2 \text{ s}^{-1})(180 \text{ s}) \\ Q = 3,5 \cdot 10^2 \text{ J} \end{cases} \quad (9)$$

Relația (9) reprezintă răspunsul la sarcina de lucru 1.c.

## Sarcina de lucru nr. 2

**2.a.** Amestecul de gaze ce urmează a fi utilizat de scafandru pentru respirația sub apă este stocat într-un rezervor cu volumul  $V = 15 \text{ l}$ , la presiunea inițială  $p_{in} = 1,0 \cdot 10^7 \text{ Pa}$ .

Numărul inițial de moli din amestecul de gaze din rezervor, la temperatura  $T$ , are expresia

$$v_{in} = \frac{p_{in} \cdot V}{R \cdot T} \quad (10)$$

Conform principiului fundamental al hidrostatiei, presiunea exercitată de mediul înconjurător asupra corpului scafandrului aflat în ocean la adâncimea  $h = 20 \text{ m}$  este

$$p_{scafandru} = p_0 + \rho \cdot g \cdot h \quad (11)$$

unde  $p_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  este presiunea aerului atmosferic de la suprafața oceanului,  $\rho$  este densitatea apei oceanului, iar  $g$  este accelerația gravitațională.

Scafandru poate utiliza gazele din rezervor, pentru respirație, până în momentul în care presiunea  $p_{fin}$  din interiorul rezervorului devine egală cu presiunea exercitată de mediul înconjurător asupra corpului scafandrului

$$p_{fin} = p_{scafandru} \quad (12)$$

Din relațiile (11) și (12) se obține

$$p_{fin} = p_0 + \rho \cdot g \cdot h \quad (13)$$

Numărul de moli din amestecul de gaze la temperatura  $T$ , care rămâne în rezervor și nu mai este utilizat pentru respirația scafandruului are expresia

$$v_{fin} = \frac{p_{fin} \cdot V}{R \cdot T} \quad (14)$$

Din relațiile (13) și (14) se obține

$$v_{fin} = \frac{(p_0 + \rho \cdot g \cdot h) \cdot V}{R \cdot T} \quad (15)$$

Prin urmare, numărul de moli ai amestecului de gaze, care pot fi utilizați de scafandru pentru respirația sub apă este

$$\Delta v = v_{in} - v_{fin} \quad (16)$$

Substituind expresiile din relațiile (10) și (14) în relația (16) se obține

$$\Delta v = \frac{V}{R \cdot T} \cdot (p_{in} - p_0 - \rho \cdot g \cdot h) \quad (17)$$

Pentru respirația sub apă, scafandruul utilizează  $D = 0,5 \ell \cdot s^{-1}$  din amestecul de gaze. Dispozitivul de reglare a presiunii gazelor folosite în respirație furnizează scafandruului, în total,  $\Delta v$  moli de gaz la temperatura  $T$  și la presiunea  $p_{scafandru}$

$$p_{scafandru} \cdot D \cdot \tau_{max} = \Delta v \cdot R \cdot T \quad (18)$$

Prin urmare, intervalului maxim de timp cât amestecul de gaze din rezervor poate asigura respirația scafandruului la adâncimea specificată are expresia

$$\tau_{max} = \frac{\Delta v \cdot R \cdot T}{p_{scafandru} \cdot D} \quad (19)$$

Combinând relațiile (11), (17) și (19) se obține

$$\tau_{max} = \frac{V}{D} \left( \frac{p_{in}}{p_0 + \rho \cdot g \cdot h} - 1 \right) \quad (20)$$

Relația (20) reprezintă răspunsul la sarcina de lucru 2.a.

**2.b.** Valoarea maximă a intervalului de timp cât amestecul de gaze din rezervor poate asigura respirația scafandruului la adâncimea menționată se calculează pe baza expresiei din relația (20), utilizând valorile numerice ale mărimilor indicate în enunțul problemei

$$\left\{ \begin{array}{l} p_{in} = 1,0 \cdot 10^7 \text{ Pa} \\ p_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ V = 15 \ell \\ D = 0,5 \ell \cdot s^{-1} \\ \rho = 1025 \text{ kg} \cdot m^{-3} \\ g = 9,8 \text{ m} \cdot s^{-2} \\ h = 20 \text{ m} \end{array} \right. \quad (21)$$

Efectuând calculul se obține

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_{max} = \frac{15 \ell}{0,5 \frac{\ell}{s}} \left( \frac{1,0 \cdot 10^7 \text{ Pa}}{1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa} + 1025 \frac{\text{kg}}{m^3} \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} \cdot 20 \text{ m}} - 1 \right) \\ \tau_{max} = 9,7 \cdot 10^2 \text{ s} \end{array} \right. \quad (22)$$

Relația (22) reprezintă răspunsul la sarcina de lucru 2.b.

### Sarcina de lucru nr. 3

**3.a.** Ecuația termică de stare, aplicată pentru aerul atmosferic având presiunea  $p_0$  și temperatura  $T$ , are expresia

$$p_0 \cdot V = \frac{N_{aer}}{N_A} \cdot R \cdot T \quad (23)$$

unde  $N_{aer}$  reprezintă numărul de molecule de aer, iar  $N_A$  este numărul lui Avogadro.

Ecuația termică de stare, aplicată numai pentru oxigenul din aerului atmosferic are expresia

$$p_{O_2} \cdot V = \frac{N_{O_2}}{N_A} \cdot R \cdot T \quad (24)$$

unde  $p_{O_2}$  reprezintă presiunea parțială a oxigenului din aerul atmosferic în condițiile specificate, iar  $N_{O_2}$  reprezintă numărul de molecule de oxigen.

Împărțind membru cu membru expresiile din relațiile (23) și (24) se obține

$$p_{O_2} = \frac{N_{O_2}}{N_{aer}} \cdot p_0 \quad (25)$$

Procentul care exprimă numărul de molecule de oxigen din numărul total de molecule din aerul atmosferic, aflat la presiunea  $p_0$  și temperatura  $T$  are expresia

$$a = \frac{N_{O_2}}{N_{aer}} \cdot 100\% \quad (26)$$

și valoarea numerică

$$a = 21\% \quad (27)$$

Combinând relațiile (25) și (26) se obține

$$p_{O_2} = a \cdot p_0 \quad (28)$$

Pe de altă parte, presiunea parțială a oxigenului din aerul atmosferic în condițiile specificate are expresia

$$p_{O_2} = n \cdot k \cdot T \quad (29)$$

unde  $n$  este concentrația moleculelor de oxigen, iar  $k$  este constanta lui Boltzmann.

Din prelucrarea expresiilor din relațiile (28) și (29) rezultă

$$n = \frac{a \cdot p_0}{k \cdot T} \quad (30)$$

Prin urmare, valoarea concentrației moleculelor de oxigen din aerul atmosferic, în condițiile specificate în cadrul acestei sarcini de lucru este

$$\begin{cases} n = \frac{21}{100} \cdot \frac{1,0 \cdot 10^5 Pa}{1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K} \cdot 293 K} \\ n = 5,2 \cdot 10^{24} m^{-3} \end{cases} \quad (31)$$

Relația (31) reprezintă răspunsul la sarcina de lucru 3.a.

**3.b.** Concentrația moleculelor de oxigen din aerul atmosferic de deasupra oceanului are expresia descrisă de relația (30).

Analog, concentrația moleculelor de oxigen din amestecul de gaze inhalate de scafandru aflat la adâncimea de  $H = 100 m$  este

$$n' = \frac{b \cdot (p_0 + \rho \cdot g \cdot H)}{k \cdot T} \quad (32)$$

unde  $b$  este procentul care exprimă numărul de molecule de oxigen din numărul total de molecule din amestecul de gaze numit heliox, amestec inhalat de scafandru.

Utilizând relațiile (30) și (32) și ținând cont că amestecul de heliu și oxigen este astfel realizat încât să asigure scafandruului, în timpul respirației sub apă la adâncimea menționată, o concentrație a moleculelor de oxigen, la temperatura  $T$  egală cu concentrația moleculelor de oxigen din aerul atmosferic, aflat la presiunea  $p_0$  și la aceeași temperatura  $T$

$$n' = n \quad (33)$$

se obține expresia

$$b = \frac{a \cdot p_0}{p_0 + \rho \cdot g \cdot H} \quad (34)$$

Relația (34) reprezintă răspunsul la sarcina de lucru 3.b.

**3.c.** Introducând valorile numerice în relația (34) și efectuând calculele se obține

$$\left\{ \begin{array}{l} b = \frac{\frac{21}{100} \cdot 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa} + 1025 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 100 \text{ m}} \\ b = 1,9\% \end{array} \right. \quad (35)$$

Relația (35) reprezintă răspunsul la sarcina de lucru 3.c.

© Soluție propusă de:

Dr. Delia DAVIDESCU – Centrul Național de Evaluare și Examinare – M E C T S

Conf. univ. dr. Adrian DAFINEI - Facultatea de Fizică – Universitatea București