



*Problema a II- a (10 puncte)*

*Modele fizice unidimensionale cu...bile*

**A. Forța de rezistență la înaintare**

O bilă cu masa  $M$  se îndreaptă cu viteza  $v_0$  spre un șir lung de bile mici, echidistante și identice (ce vor fi numite molecule în cele ce urmează), aflate în repaus, fiecare având masa  $m = rM$ ,  $r < 1$ . Bila ciocnește perfect elastic și central prima moleculă. Moleculele și bila au centrele de masă pe o dreaptă (Fig. 1), iar numărul moleculelor pe unitatea de lungime este  $\lambda$ . Neglijând frecările, se cer:

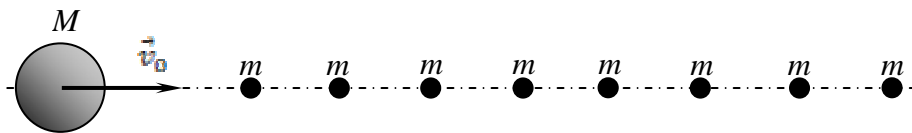


Fig. 1

- Să se afle viteza bilei după ce suferă  $n$  ciocniri.
- Dacă valoarea lui  $\lambda$  este mare, să se arate că, după un număr mare de ciocniri, viteza bilei se poate scrie sub forma

$$v(x) = v_0 \cdot e^{-f(x)},$$

unde  $f(x)$  este o funcție de distanța  $x$  pe care a parcurs-o bila, a cărei expresie trebuie determinată, știind că  $r \ll 1$ .

- Șirul de molecule cu proprietățile de mai sus modelează un fluid unidimensional, iar cu ajutorul proceselor deja analizate se pot înțelege bazele microscopice ale emergenței forței de rezistență la înaintare, ce acționează asupra unui corp care se mișcă cu viteză mare într-un fluid. În aceste circumstanțe, să se găsească expresia forței care acționează asupra bilei.

**B. Invarianți adiabatici**

O bilă cu masa  $m$  este constrânsă să se miște de-a lungul axei  $Ox$  între doi pereți verticali masivi. Un perete este fix și se află în  $x = 0$ , iar celălalt se mișcă cu viteza constantă  $u_0$  în sensul pozitiv al axei  $Ox$  (Fig. 2). La  $t = 0$  distanța dintre pereți este  $x_0$ , viteza bilei este  $v_0 \gg u_0$ , aceasta ciocnindu-se perfect elastic cu pereții. Neglijând frecările, se cer:

1

- Proba de baraj pentru selecția lotului olimpic lărgit de fizică conține cinci probleme.
- Durata probei este de cinci ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
- Fiecare problemă se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
- Elevii pot utiliza calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
- Pentru fiecare problemă evaluarea se face ținându-se cont atât de soluția redactată de elevul competitor, cât și de rezultatele pe care acesta le completează în Foaia de răspunsuri.
- Fiecare problemă se punctează de la 10 la 0 (nu se acordă punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma punctajelor acordate pentru fiecare dintre cele cinci probleme.

- a. Să se afle legătura dintre viteza bilei după ciocnirea a  $n$ -a,  $v_n$ , și distanța  $x_n$  dintre pereți, imediat după această ciocnire.
- b. Să se determine legătura dintre energia cinetică a bilei după ciocnirea a  $n$ -a,  $E_{c,n}$ , și timpul  $t_n$  scurs între această ciocnire și următoarea.
- c. Cu ce forță medie,  $F_m$ , trebuie să se acționeze asupra peretelui mobil pentru a-i păstra viteza constantă?

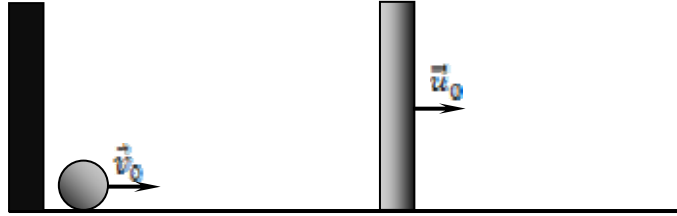


Fig. 2

d. În aproximațiile  $u \ll v$  și  $m \ll M$ , unde  $M$  este masa peretelui mobil, relațiile  $f(v_n, x_n)$  și  $g(E_{c,n}, t_n)$ , stabilite la punctele a) și b), sunt niște constante, deși în general lucrurile nu stau așa. Acest gen de constante poartă numele de invarianți adiabatici. Cuvântul „adiabatic” amintește de transformarea termodinamică omonimă. În esență, problema de față reprezintă un model elementar, unidimensional, de transformare adiabatică. În aceste condiții, să se găsească o analogie între mărimile fizice din problema de față și mărimile fizice ce caracterizează o transformare adiabatică, să se scrie ecuația Poisson a transformării adiabactice pentru modelul de mai sus și să se găsească valoarea exponentului adiabatic pentru cazul de față.

Observație: Dacă  $x \ll 1$ , atunci sunt valabile aproximațiile  $(1 \pm x)^n \cong 1 \pm nx$  și  $\ln(1 \pm x) \cong \pm x$ .

Subiect propus de

Conf. dr. Sebastian POPESCU - Facultatea de Fizică, Universitatea Alexandru Ioan Cuza din Iași

- Proba de baraj pentru selecția lotului olimpic lărgit de fizică conține cinci probleme.
- Durata probei este de cinci ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
- Fiecare problemă se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
- Elevii pot utiliza calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
- Pentru fiecare problemă evaluarea se face ținându-se cont atât de soluția redactată de elevul competitor, cât și de rezultatele pe care acesta le completează în Foaia de răspunsuri.
- Fiecare problemă se punctează de la 10 la 0 (nu se acordă punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma punctajelor acordate pentru fiecare dintre cele cinci probleme.



*Foaie de răspunsuri*

*Problema a II- a (10 puncte)*

*Modele fizice unidimensionale cu... bile*

**A. Forța de rezistență la înaintare**

a. Viteza bilei după ce suferă  $n$  ciocniri

b.

c. Expresia forței care acționează asupra bilei

**B. Invarianți adiabatici**

a. Relația dintre viteza bilei după ciocnirea a  $n$ -a și  
distanța  $x_n$  dintre pereți

b. Relația dintre energia cinetică a bilei după ciocnirea a  $n$ -a  
și timpul  $t_n$

c. Forța medie  $F_m$

d. Analogia între mărimile fizice din problema de față și mărimile fizice ce caracterizează o transformare adiabatică

Ecuția Poisson a transformării adiabatice pentru modelul analizat

Valoarea exponentului adiabetic pentru modelul analizat