Soluţie - Problema a IV-a

a. (Total 5 puncte) Să evaluăm diferenţa de drum optic a razelor R_e şi T, de la frontul LM la frontul KN (vezi figura 4).

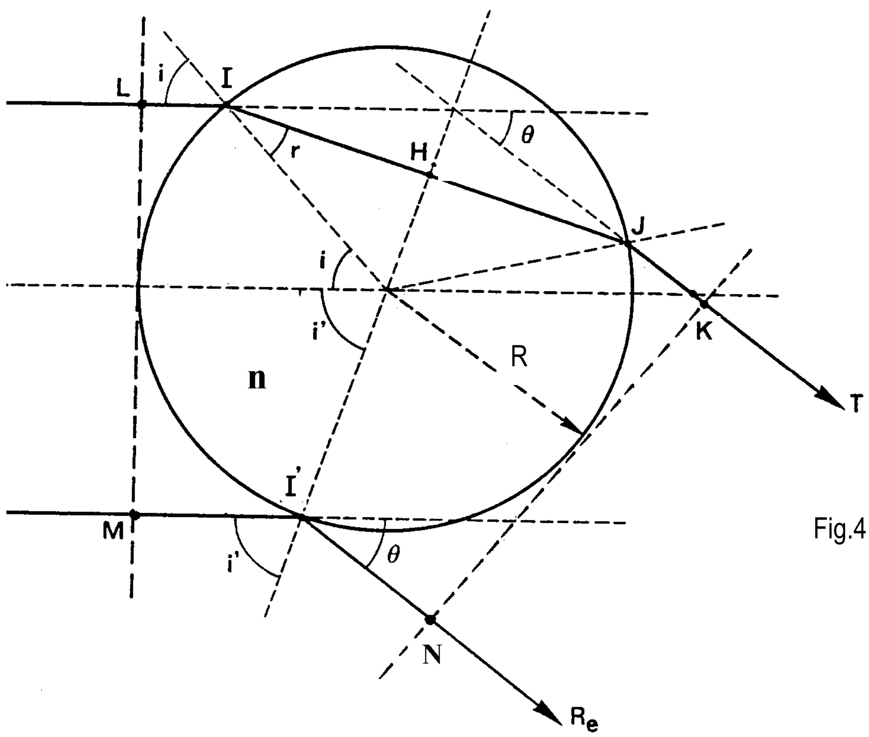

Fig.4

Desen corct,

Avem $(\Delta)=|LI|+2n.|IH|+|JK|-(2|MI'|+\lambda/2)$, unde $|LI|=|JK|=R(1-\cos i)$, $|IH|=|HJ|=R\cos r$, cu $\sin i=n\sin r$. Pe de altă parte, $|MI'|=|I'N|=R(1-\cos i')$. ....**1,5 puncte**

Contribuţia de ($\lambda/2$) este datorată reflexiei din I'. ....**0,25 puncte**

Avem în vedere următoarele relaţii dintre unghiuri: $2i'+\theta=180^0$, adică $i'=90^0-\theta/2,$ respectiv $i=\theta+[180^0-(i+180^0-2r)]=\theta-i+2r$, adică $2i=\theta+2r$ sau $i=r+\theta/2$. ....**0,5 puncte**

Ţinând cont de legea refracţiei obţinem $\cos i=[n\cos(\theta/2)-1]/\sqrt{1+n^2-2n\cos(\theta/2)}$ şi $\cos r=[n-\cos(\theta/2)]/\sqrt{1+n^2-2n\cos(\theta/2)}$. De asemenea $\cos i'=\cos(90^0-\theta/2)=\sin(\theta/2)$. ....**0,5 puncte.**

Cu $R=D/2$ şi notând $f(n,\theta)\equiv\sin(\theta/2)+\sqrt{n^2+1-2n\cos(\theta/2)}$, diferenţa de drum optic (Δ) a razelor R_e şi T care interferă la infinit este dată de formula $(\Delta)=2R.f(n,\theta)-\lambda/2=D.f(n,\theta)-\lambda/2$. ....**0,5 puncte.**

Observăm că fiecărei valori concrete a unghiului de împrăştiere θ îi corespunde o anumită stare de de interferenţă (maxim – când (Δ) este un număr par de $\lambda/2$, sau minim- când (Δ) este un număr impar de $\lambda/2$). ....**0,5 puncte**

Interfranja unghiulară este $\delta\theta$ şi ei îi corespunde o variaţie de drum optic $\delta(\Delta)=\lambda$. Dacă $\delta\theta$ se cuprinde de N ori în intervalul unghiular dintre θ_m şi θ_M înseamnă că lungimea de undă λ se cuprinde tot de N ori în diferenţa de drum optic $(\Delta)_M-(\Delta)_m$. Putem scrie $N\lambda=(\Delta)_M-(\Delta)_m=D.[f(n,\theta_M)-f(n,\theta_m)]$, astfel că formula generală solicitată în enunţul problemei are $D=N\lambda/[f(n,\theta_M)-f(n,\theta_m)]$. ....**0,75 puncte**

b). (în total 2,5 puncte) Logaritmăm natural relaţia obţinută în ambele părţi, după care o diferenţiem. Obţinem $\ln D = \ln N + \ln\lambda - \ln[f(n,\theta_M) - f(n,\theta_m)]$ şi $\frac{dD}{D} = \frac{dN}{N} + \frac{d\lambda}{\lambda} - \frac{d[f(n,\theta_M) - f(n,\theta_m)]}{[f(n,\theta_M) - f(n,\theta_m)]}$. Deoarece N şi λ se cunosc exact punem $dN = d\lambda = 0$. **.. 1 punct**

În sensul calculului erorilor, în cel mai rău caz, avem $\varepsilon_D = \frac{\delta D}{D} = \frac{\delta[f(n,\theta_M) + f(n,\theta_m)]}{f(n,\theta_M) - f(n,\theta_m)}$, unde, cu teorema creşterilor finite, scriem $\delta f = (df/d\theta)\delta\theta$ **..0,5 puncte**

Deoarece, în intervalul (θ_m,θ_M), funcţia $f(n,\theta)$ creşte „destul de liniar" vom putea scrie $f(n,\theta_M) - f(n,\theta_m) \cong K(\theta_M - \theta_m)$, $K = \text{const}$ fiind panta dependenţei liniare (panta dreptei) şi $df/d\theta \cong K$. Astfel obţinem $\varepsilon_D = \frac{\delta D}{D} = \frac{\delta(\theta_M + \theta_m)}{\theta_M - \theta_m} = \frac{2\delta\theta}{\theta_M - \theta_m}$. **...0,5 puncte**

Conform enunţului $\delta\theta = \frac{1}{6}.\frac{\theta_M - \theta_m}{N}$ şi deci $\varepsilon_D = \frac{1}{3N}$. Aşadar, este preferabil ca intervalul unghiular (θ_m,θ_M) să fie cât mai mare, pentru ca N să fie mare**..................................0,5 puncte**

c). (în total 1,5 puncte) **C**u formula generală dedusă, găsim $D = 192,7.10^{-6}\,\text{m}$. Pe de altă parte, $\varepsilon_D = 1,25.10^{-3}$, adică $\delta D = 0,24.10^{-6}\,\text{m}$. Astfel $D = (192,7 \pm 0,24)\mu\text{m}$. **..1,5 puncte**

Se acordă din oficiu ....1 (un) punct

TOTAL GENERAL..10(zece) puncte

Propunător

Prof.univ.dr. Uliu Florea

Facultatea de Fizică

Universitatea din Craiova