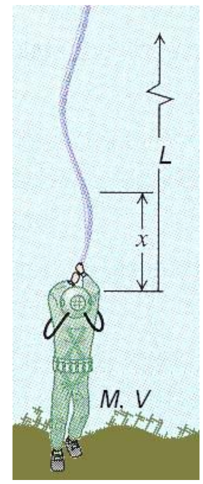
Problema I (10 puncte)

Scafandrul



Un scafandru independent (care are rezerva de aer într-o butelie pe care o poartă cu sine), cu un costum pentru adâncime mare este suspendat de vaporul-bază printr-un cablu inextensibil şi perfect deformabil. Scafandrul, costumul şi butelia cu aer au în total masa M. Volumul de apă dezlocuit de scafandru şi de toate accesoriile sale este V. Cablu inextensibil are lungimea L, secțiunea S şi este confecționat dintr-un material cu densitatea ρ. Consideră că apa are densitatea ρ_0 şi că accelerația gravitațională este g. Scafandrul transmite semnale către vaporul-bază, scuturând cablul înainte şi înapoi şi generând în acest mod o undă transversală (vezi figura alăturată).

a. Determină expresiile tensiunilor mecanice care acționează la capetele cablului.

b. Dedu expresia tensiunii din cablu, în locul aflat la distanța x de scafandru.

c. Scrie expresia vitezei undelor transversale care se propagă în cablu, în punctul aflat la distanța x de scafandru.

d. Determină expresia intervalului de timp în care semnalul generat de scafandru, prin scuturarea cablului, ajunge la suprafață. Neglijează frânarea datorată mişcării laterale a cablului în apă.

Sugestie. *Divide mintal cablul într-un număr foarte mare N de segmente foarte mici ℓ şi calculează timpul necesar undei transversale pentru parcurgerea segmentul elementar cu numărul k, începând de la capătul de care este prins scafandrul. Sumează apoi aceşti timpi.*

Dacă este necesar ține seama că

$$\int_p^q \frac{dx}{\sqrt{x+b}} = 2\left[\sqrt{q+b} - \sqrt{p+b}\right]$$

sau că, pentru $N \to \infty$,

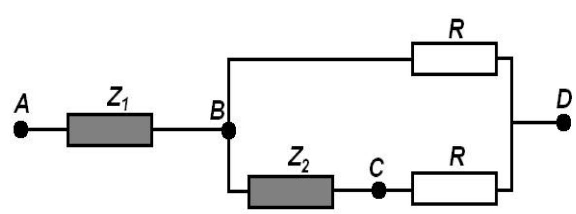
$$\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} \frac{1}{\sqrt{\frac{k}{N}+b}} = 2\left[\sqrt{b+1} - \sqrt{b}\right].$$

e. Scafandrul are în spate un balon inițial desumflat. Prin introducerea de aer din butelie, volumul balonului poate fi crescut cel mult până la valoarea v_{balon}. Determină expresia masei de aer introdusă în balonul din spatele scafandrului, în situația în care semnalul generat de scafandru prin scuturarea cablului, ajunge la vaporul-bază în timpul maxim posibil. Consideră că masa molară a aerului este μ_{aer}, că presiunea atmosferică este p_0, că temperatura aerului din balon este T_{aer} şi că

$$\frac{M}{V + v_{balon}} > \rho_0 .$$

Problema a II-a (10 puncte)

Filtru



În circuitul din figura alăturată, impedanța Z_1 este o bobină ideală cu inductanța L, iar impedanța Z_2 este un condensator ideal cu capacitatea C. În circuit sunt încorporate şi două rezistoare cu rezistențele electrice R.

- *timp de lucru 3 ore*
- *toate subiectele sunt obligatorii*
- *fiecare subiect va fi redactat separat pe câte o foaie dublă*

La bornele A şi D ale circuitului este legată o sursă de tensiune alternativă sinusoidală cu amplitudine constantă $U_{AD} = U$ şi cu pulsație variabilă.

Cu un voltmetru ideal se măsoară tensiunea U_{AC}.

Consideră cunoscute inductanța L a bobinei considerată ideală, capacitatea C a condensatorului ideal şi rezistența electrică R a fiecăruia dintre cei doi rezistori şi determină:

a. expresia impedanței circuitului, în cazul în care pulsația generatorului este foarte mică (tinde spre zero);

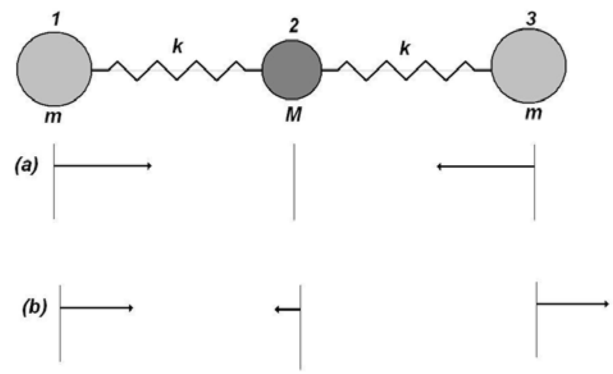
b. expresia impedanței circuitului, în cazul în care pulsația generatorului este suficient de mare pentru a putea considera că $1/(C \cdot \omega) \cong 0$;

c. expresia pulsației generatorului, pentru care tensiunile U_{AC} şi U_{AD} sunt în fază;

d. expresia raportului dintre modulele tensiunilor U_{AD} şi U_{AC}, în situația în care aceste tensiuni sunt în fază.

Problema a III-a (10 puncte)

CO_2 şi… Van der Waals



A. Figura alăturată ilustrează un model foarte simplu al moleculei de dioxid de carbon.

Atomii de oxigen (1) şi (3) şi atomul de carbon (2) sunt modelați prin trei bile coliniare, având respectiv masele m şi M. Legăturile dintre atomi sunt modelate prin arcuri identice, având constante de elasticitate k identice. Atomii moleculei de dioxid de carbon pot oscila în jurul poziției de echilibru. În cursul oscilației atomii rămân coliniari.

Din motive de simetrie sunt posibile două tipuri de oscilație.

În oscilația de tipul (a) atomii de oxigen, modelați prin bilele de masă m oscilează cu aceeaşi frecvență şi cu aceeaşi amplitudine, dar în sensuri opuse față de atomul de carbon modelat prin bila de masă M, imobilă.

În oscilația de tip (b) atomii de oxigen, modelați prin bilele de masă m oscilează cu aceeaşi frecvență şi cu aceeaşi amplitudine în acelaşi sens - ca un ansamblu - distanța dintre ei rămânând constantă. Atomul de carbon modelat prin bila de masă M, oscilează cu aceeaşi frecvență ca şi atomii de oxigen, cu altă amplitudine dar în sens opus.

a. Determină pulsația oscilației de tip (a) a moleculei.

b. Determină pulsația oscilației de tip (b) a moleculei.

c. Determină raportul f_b/f_a al frecvențelor celor două tipuri de oscilație.

B. *Dacă doi atomi sunt aduşi la distanțe de câteva diametre moleculare, atunci între ei pot apare forțe de atracție. Dacă însă atomii sunt atât de apropiați, astfel încât învelişurile lor electronice s-ar putea suprapune, atunci între ei apar forțe de respingere. Pentru o distanță, la care forța de atracție este echilibrată de cea de respingere, cei doi atomi rămân „legați”, în echilibru, formând o moleculă. Dacă atomii moleculei sunt deplasați puțin din poziția de echilibru ei pot oscila.*

În cazul în care centrul sarcinii negative a unui atom se deplasează temporar față de centrul sarcinii sale pozitive, atomul devine un ansamblu legat de două sarcini electrice de mărime egală şi de semne diferite (un dipol). Dacă doi astfel de atomi identici – dipoli temporari – se apropie unul de celălalt, atunci între ei apare o interacțiune inițial atractivă numită interacțiune Van der Waals. Molecula diatomică apărută prin interacțiunea Van der Waals are o energie potențială U a cărei dependență de distanța r dintre atomi este

$$U = U_0\left[(R_0/r)^{12} - 2\cdot(R_0/r)^6\right].$$

în care R_0 reprezintă distanța „de echilibru” dintre atomi, iar U_0 este o constantă.

Doi atomi de argon, având fiecare masa $m_{Ar} = 6{,}63\times10^{-26}\,Kg$, pot forma o moleculă printr-o legătură slabă de tip Van der Waals. Pentru molecula de argon cunoşti $R_0 = 3{,}82\times10^{-10}\,m$ şi $U_0 = 1{,}68\times10^{-21}\,J$.

a. Determină valoarea energiei potențiale pentru molecula de argon în echilibru.

- *timp de lucru 3 ore*
- *toate subiectele sunt obligatorii*
- *fiecare subiect va fi redactat separat pe câte o foaie dublă*

b. Calculează valoarea energiei potențiale pentru sistemul celor doi atomi de argon aflați la distanță foarte mare unul față de altul.

c. Dedu expresia forței care acționează asupra fiecăruia dintre cei doi atomi, atunci când distanța dintre aceştia este r . Ai în vedere că pentru sistemul alcătuit din cei doi atomi forța cerută are expresia $F(r) = -\Delta U/\Delta r$.

d. Determină frecvența micilor oscilații ale fiecărui atom față de poziția de echilibru. Ține cont că în cursul oscilației fiecare dintre cei doi atomi se află la distanța $r/2 = R_0 \cdot (1 + (\Delta r/R_0))/2$ față de centrul de masă al sistemului şi ai în vedere că $\Delta r/R_0 << 1$ şi că $(\Delta r/R_0)^2 \cong 0$.

Dacă este cazul, ține seama că $(1+a)^n \cong 1 + n \cdot a$, pentru $a << 1$.

Subiecte propuse de:

Prof. Delia DAVIDESCU – Centrul Național pentru Curriculum şi Evaluare în Învățământul Preuniversitar – Ministerul Educației Cercetării şi Inovării
Conf. univ. dr. Adrian DAFINEI – Facultatea de Fizică – Universitatea Bucureşti

- *timp de lucru 3 ore*
- *toate subiectele sunt obligatorii*
- *fiecare subiect va fi redactat separat pe câte o foaie dublă*