



Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului  
**Olimpiada Națională de Fizică**  
Hunedoara, 09-15 aprilie 2007  
Proba de baraj – subiectul II - soluție

**II. Pompă de căldură**

**(9puncte)**

O casă cu capacitatea calorică  $C_c$  pierde căldură în mediul exterior cu viteza de răcire  $A(T_c - T_e)$ , unde  $A$  este o constantă iar  $T_c$  și  $T_e$  sunt temperaturile casei, respectiv mediului exterior acesteia. O pompă ideală de căldură, acționată electric, preia căldura de la un rezervor foarte mare care are temperatura  $T_e$  și transmite radiatoarelor din casă căldură la temperatura constantă  $T_r > T_e$ . Radiatoarele transferă casei căldură cu viteza  $B(T_r - T_c)$ , unde  $B$  este o constantă. Inițial casa are temperatura  $T_e$ .

- Care este eficiența ( $E$ ) a pompei de căldură ?
- Determină consumul inițial de putere ( $W_i$ ) al pompei de căldură.
- Determină viteza inițială de încălzire a casei ( $dT_c/dt$ )<sub>i</sub>.
- Stabilește temperatura de echilibru ( $T_c$ )<sub>echilibru</sub> din interiorul casei, după o perioadă îndelungată de funcționare a pompei de căldură.
- Reprezintă grafic temperatura  $T_c$  a casei în funcție de timp.
- Stabilește expresia puterii pe care o consumă pompa ( $W_{echilibru}$ ), pentru a asigura temperatura de echilibru a casei, în funcție de  $A$ ,  $B$ ,  $T_r$  și  $T_e$ .

*Notă: Se acordă un punct din oficiu.*

*Subiect propus de lector universitar dr. Marian NEGREA , Universitatea din Craiova*

## Soluție

a. Pompa primește căldură de la mediul exterior cu viteza  $P_e$  și o cedează radiatoarelor casei cu viteza  $P_r$ . În același timp pompa primește lucru mecanic cu viteza  $W$ . Din legea conservării energiei avem:  $P_e + W = P_r$ . Deoarece pompa este ideală (pompa Carnot) avem:  $P_r / T_r = P_e / T_e$ . Combinând cele două relații obținem  $P_r (1 - T_e / T_r) = W$ . Eficiența pompei se definește astfel:  $E = P_r / W$  și devine  $E = (1 - T_e / T_r)^{-1}$ . (1.5 puncte).

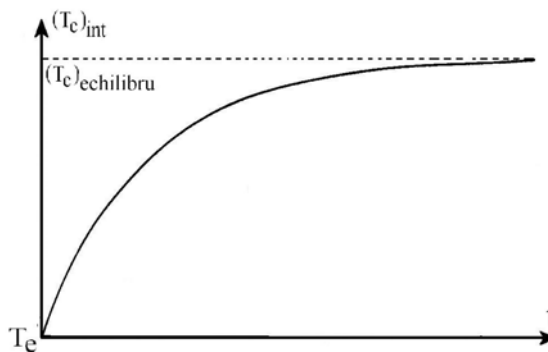
b. Inițial casa are temperatura  $T_e$  și prin urmare viteza de transmitere a căldurii de la radiatoare către casă este  $B(T_r - T_e)$ . Căldura corespunzătoare este dată de pompa de căldură și prin urmare avem:  $P_r = B(T_r - T_e)$  iar puterea inițială consumată de pompă pentru aceasta este  $W_i = P_r / E = B(T_r - T_e) (1 - T_e / T_r)^{-1} = B(T_r - T_e)^2 / T_r$ . (1.5 puncte).

c. Inițial, deoarece casa este la temperatura  $T_e$ , viteza de disipare spre exterior este nulă și prin urmare viteza de modificare inițială a temperaturii casei este  $(dT_c/dt)_i = B(T_r - T_e) / C_c$  și este datorată doar căldurii primite de la pompă. (1.5 puncte).

d. După un timp suficient de mare, adică după stabilirea echilibrului termic, viteza de primire a căldurii de la pompă este egală cu viteza de disipare a căldurii spre exterior. Prin urmare,  $B(T_r - T_c) = A(T_c - T_e)$ , de unde se extrage temperatura de echilibru a casei,  $(T_c)_{echilibru} = (AT_e + BT_r) / (A + B)$ . (1.5 puncte).

e. Temperatura intermediară din casă,  $(T_c)_{int}$  (adică o temperatură între valoarea inițială  $T_e$  și temperatura de echilibru obținută la punctul precedent) se obține ținând cont de viteza de primire a căldurii de la radiatoare,  $B[(T_r - (T_c)_{int})]$  precum și de viteza de disipare a căldurii din casă spre exterior,  $A[(T_c)_{int} - T_e]$ . Prin urmare viteza de modificare a temperaturii casei este:  $d(T_c)_{int} / dt = \{B[(T_r - (T_c)_{int})] - A[(T_c)_{int} - T_e]\} / C_c$ . Soluția acestei ecuații diferențiale este:  $(T_c)_{int}(t) = (T_c)_{echilibru} + [T_e - (T_c)_{echilibru}] \exp[-(A + B)t / C_c]$ . Se observă că la momentul inițial  $t=0$  temperatura este  $T_e$  iar după un timp suficient de mare (când exponențiala devine zero), adică se stabilește echilibrul termic, temperatura devine  $(T_c)_{echilibru}$ . Temperatura crește exponențial de la valoarea inițială  $T_e$  la valoarea finală de echilibru  $(T_c)_{echilibru}$  (vezi figura alăturată). (1.5 puncte).

f. La echilibru termic, căldura primită de la pompă trebuie să fie egală cu căldura necesară pentru obținerea temperaturii de echilibru, adică  $B[(T_r - (T_c)_{int})] = A[(T_c)_{int} - T_e]$ , de unde se extrage temperatura de echilibru a casei,  $(T_c)_{echilibru} = (AT_e + BT_r) / (A + B)$ . Puterea consumată de pompă pentru a genera această viteză de încălzire este atunci:  $W_{echilibru} = AB(T_r - T_e)^2 / (A + B) T_r$ . (1.5 puncte).



Se acordă din oficiu 1 punct.

Punctajul total este  $6 \times 1.5 + 1 = 10$  puncte.

Lect. univ. dr. Marian Negrea  
Facultatea de Fizică, Universitatea din Craiova



Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului  
**Olimpiada Națională de Fizică**  
Hunedoara, 09-15 aprilie 2007  
Proba de baraj – subiectul II - soluție



**Baraj**