

I. Patinaj și automobilism

(9puncte)

Pe suprafața plană și orizontală a gheții unui patinoar alunecă cu patinele o fată și un băiat. Fata se deplasează rectiliniu și uniform cu viteza \vec{u} , de-a lungul diametrului unui cerc, iar băiatul trebuie să se deplaseze pe circumferința aceluiași cerc, în așa fel încât distanța dintre cei doi patinatori să rămână constantă. Pozițiile și stările inițiale ale celor doi patinatori sunt cele reprezentate în figura 1.

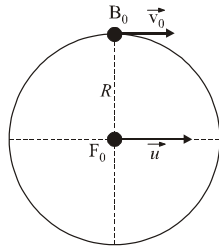


Fig. 1

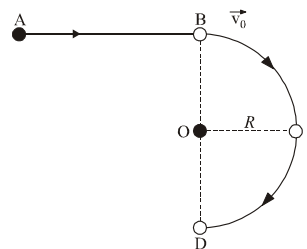


Fig. 2

- a. Să se determine viteza inițială a băiatului (\vec{v}_0), timpul cât regula jocului a putut fi respectată, viteza băiatului la sfârșitul acestui timp (\vec{v}_f) și distanțele parcurse de cei doi patinatori în acest timp. Se cunosc: R – raza cercului; μ – coeficientul de frecare al patinelor băiatului cu gheața; g – accelerația gravitațională.
- b. Un patinator trebuie să ajungă dintr-un punct A, până într-un punct D, urmând traseul orizontal reprezentat în figura 2, plecând din repaus. Lungimea sectorului liniar al traseului este L , iar raza sectorului semicircular al traseului este R . Pe întregul traseu accelerația patinatorului are valoarea constantă a . Să se determine durata parcurgerii întregului traseu, în condițiile în care patinatorul dorește ca această durată să fie minimă.
- c. Pe suprafața gheții patinoarului este trasat un pătrat cu lungimea laturii d . Să se determine timpul minim necesar unui patinator pentru a parcurge întregul contur al pătratului, dacă accelerația sa nu poate depăși valoarea a .
- d. Demarând cu accelerație constantă maximă posibilă, pe un sector rectiliniu și orizontal al unei șosele, viteza unui automobil crește de la valoarea v_1 , până la o valoare v_2 foarte apropiată, într-un timp Δt_1 . Să se determine timpul după care se va realiza aceeași creștere a vitezei, dacă automobilul se află pe un sector de pe aceeași șosea, în aceleași condiții, având forma unui arc de cerc cu raza R , situat într-un plan orizontal. Să se determine valoarea razei arcului de cerc al șoselei pentru care, în condițiile date, este imposibilă creșterea vitezei automobilului peste valoarea v_1 .
- e. La distanța r față de centrul cercului din care face parte sectorul de drum pe care se deplasează automobilul se află în repaus un observator. Automobilul se deplasează uniform cu viteza v , în așa fel încât distanța dintre el și observator este din ce în ce mai mică. Să se stabilească poziția automobilului pentru care viteza de apropiere a sa față de observator este maximă și să se determine valoarea acestei viteze maxime. Să se determine timpul după care se realizează această condiție, dacă la momentul inițial distanța dintre automobilul aflat pe sectorul circular al șoselei și observator avea valoarea maximă posibilă.

Notă: Se acordă un punct din oficiu.

Subiect propus de profesor Mihail SANDU