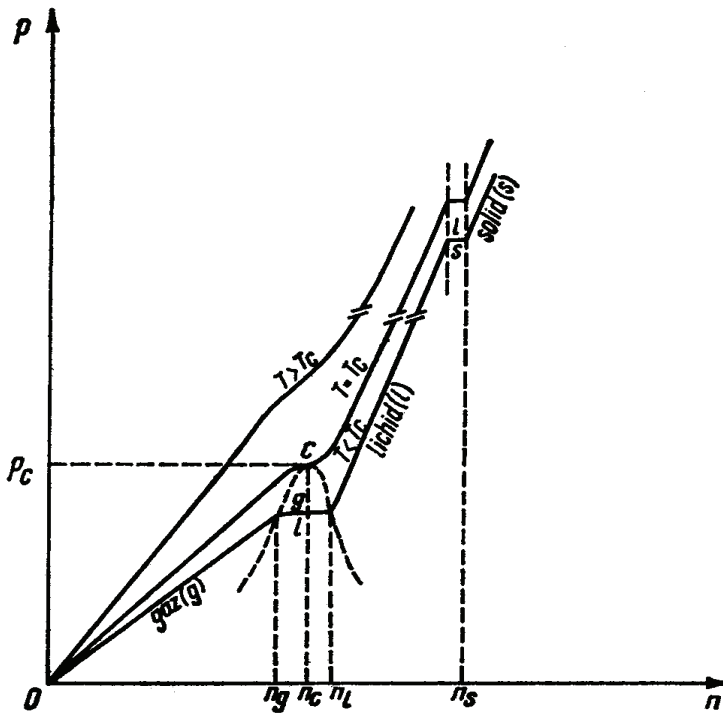


## Despre gazul real

Una din cele mai utilizate ecuații din teoria termodinamică a gazului real și a condensării este ecuația van der Waals:

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = kT \quad (1)$$

unde  $v = \frac{V}{N} = \frac{1}{n}$ ,  $k$  este constanta lui Boltzmann,  $V$  este volumul,  $N$  numărul de particule iar  $a$  și  $b$  sunt constante care depind de natura gazului. În figură sunt reprezentate izotermele  $p = p(n)$ .



- Să se deducă din ecuația (1) expresia  $p = p(n, T)$  și să se reprezinte izotermele van der Waals  $p = p(V)$  **(1 punct)**
- Să se explice diferitele stări posibile pentru gazul real analizând figura. **(1 punct)**
- Să se scrie condițiile matematice care corespund punctului de inflexiune  $C$  din figură. **(1 punct)**
- Utilizând condițiile deduse la punctul c) să se calculeze în funcție de  $a$ ,  $b$ ,  $k$  valorile presiunii, densității de particule și temperaturii care corespund punctului  $C$ . Aceste valori se numesc valori *critice* iar punctul  $C$  punct *critic*. **(1 punct)**
- Comportările mărimilor termodinamice în vecinătatea strictă a punctului critic se pot defini cu ajutorul

indicilor critici. Indicele critic  $l$  se poate defini astfel:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln f(\varepsilon)}{\ln \varepsilon} = l, \quad \varepsilon \equiv \frac{T - T_c}{T_c} \quad (2)$$

unde  $f(\varepsilon)$  este o funcție pozitivă și continuă într-o vecinătate foarte mică a lui  $\varepsilon$  iar  $T_c$  este temperatura critică. Să se arate că o formă posibilă pentru  $f(\varepsilon)$  este:

$$f(\varepsilon) = \varepsilon^l (1 + A\varepsilon^m + \dots), \quad m > 0, \quad A = \text{const} \quad (3)$$

(1 punct)

f) Folosind ecuația (1) să se exprime  $\tilde{p} = \tilde{p}(\tilde{T}, \tilde{n})$  unde  $\tilde{p} = \frac{p}{p_c}$ ,  $\tilde{T} = \frac{T}{T_c}$ ,  $\tilde{n} = \frac{n}{n_c}$ .

(1 punct)

g) Utilizând ecuația obținută la punctul f) să se exprime  $P = P(\varepsilon, r)$  unde  $P \equiv \frac{p - p_c}{p_c}$ ,  $r \equiv \frac{V - V_c}{V_c}$  iar  $\varepsilon$  este definit în (2). Care este valoarea lui  $P = P(r)$  pentru izoterma critică?

(1 punct)

h) Să se arate ca  $\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T$  are următoarea formă în vecinătatea punctului critic:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T \approx -\lambda(V - V_c)^2 - \theta(T - T_c) \quad (4)$$

unde  $\lambda, \theta$  sunt parametri pozitivi pentru  $T > T_c$ .

(1 punct)

Folosind expresia (4) să se arate că:

i)  $V_l - V_c = -(V_g - V_c)$ .

(1 punct)

j)  $V_g - V_c = V_c - V_l = \left[\frac{3\theta T_c}{\lambda} |\varepsilon|\right]^{1/2}$  unde  $V_l, V_g$  sunt volumele care corespund stării lichide, respectiv gazoase.

(1 punct)

*Problemă propusă de lector dr. Marian NEGREA – Universitatea din Craiova*