Soluție la problema 1 : Rezistor "Ping-pong"

A. Soluție

Din relația $\lambda = \frac{c}{f}$ rezultă $f = \frac{c}{\lambda}$

Corespunzător

$$f = \frac{3\times10^{8}}{179\times10^{-12}} = 1{,}67\times10^{18}\,Hz$$

În consecință

$$\wp = \frac{f}{(Z-1)^2}$$

$$\wp = \frac{1{,}67\times10^{18}}{(26)^2} = 2{,}47\times10^{15}\,Hz$$

Pentru elemente cu numere atomice diferite,

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{(Z_2-1)^2}{(Z_1-1)^2}$$

Pentru cazul considerat,

$$\begin{cases} \lambda_{Fe} = \lambda_{Co}\left(\dfrac{26}{25}\right)^2 \\ \lambda_{Ni} = \lambda_{Co}\left(\dfrac{26}{27}\right)^2 \end{cases}$$

Adică

$$\begin{cases} \lambda_{Fe} = 179\left(\dfrac{26}{25}\right)^2 = 194\,pm \\ \lambda_{Ni} = 179\left(\dfrac{26}{27}\right)^2 = 166\,pm \end{cases}$$

Electronii care trebuie să excite linia K_α a nichelului trebuie să aibă cel puțin energia fotonilor de raze X emiși.

Tensiunea de accelerare a unor astfel de electroni ar fi

$$U = \frac{hc}{\lambda e}$$

$$U = \frac{6{,}6 \times 10^{-34} \cdot 3 \times 10^{8}}{166 \times 10^{-12} \cdot 1{,}6 \times 10^{-19}} = 7{,}45 kV$$

Dacă această tensiune de accelerare este depăşită şi nu se observă apariţia liniei nichelului, anodul nu conţine nichel

B.

(a) Aşa cum este bine cunoscut, între plăcile unui condensator plan aflate la distanţa *d* una de alta se stabileşte un câmp electrostatic a cărei intensitate *E* este corelată cu diferenţa de potenţial *V* dintre armături prin relaţia

$$E = \frac{V}{d}$$ ***(Error! No text of specified style in document.**.1)*

Din motive de simetrie, câmpul generat de fiecare dintre plăci va avea intensitatea *E'*

$$E' = \frac{E}{2} = \frac{V}{2 \cdot d}$$ ***(Error! No text of specified style in document.**.2)*

Capacitatea *C* a condensatorului având discuri ca armături este

$$C = \varepsilon_0 \frac{\pi \cdot R^2}{d}$$ ***(Error! No text of specified style in document.**.3)*

Sarcina Q de pe fiecare armătură atunci când condensatorul are armăturile la diferenţa de potenţial *V* este

$$Q = C \cdot V$$ ***(Error! No text of specified style in document.**.4)*

Forţa F_R care acţionează asupra unei plăci încărcate cu sarcina *Q* se datoreşte acţiunii câmpului electric generat de cealaltă placă asupra acestei sarcini. Forţa este atractivă şi are direcţia perpendiculară pe plăcile condensatorului

$$F_R = \frac{Q \cdot V}{2 \cdot d} = \frac{C \cdot V^2}{2 \cdot d} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{V^2}{d^2} \cdot \pi \cdot R^2$$ ***(Error! No text of specified style in document.**.5)*[*]

(b) Atunci când se află pe armătura condensatorului, micul disc cu grosimea neglijabilă poate fi considerat parte a armăturii. Sarcina este distribuită pe disc cu aceeaşi densitate ca şi pe armătură. Sarcina *q* de pe disc este proporţională cu aria sa

$$\frac{q}{Q} = \frac{\pi \cdot r^2}{\pi \cdot R^2}$$ ***(Error! No text of specified style in document.**.6)*

şi deci

$$\begin{cases} q = \dfrac{r^2}{R^2} \cdot Q = \dfrac{r^2}{R^2} \cdot C \cdot V = \dfrac{r^2}{R^2} \cdot \varepsilon_0 \cdot \dfrac{\pi \cdot R^2}{d} \cdot V \\ q = \varepsilon_0 \cdot \dfrac{\pi \cdot r^2}{d} \cdot V \\ \chi = \varepsilon_0 \cdot \dfrac{\pi \cdot r^2}{d} \end{cases}$$ ***(Error! No text of specified style in document.**.7)**

(c) Forța totală F_{total} care acționează asupra discului mic în momentul desprinderii sale este suma dintre greutatea sa acționând vertical în jos şi având modulul $G = m \cdot g$ şi forța de atracție a plăcii superioare $F_{electric} = q \cdot E'$ acționând vertical în sus

$$F_{total} = q \cdot E' - m \cdot g = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{V^2}{d^2} \cdot \pi \cdot r^2 - m \cdot g = \frac{\chi}{2 \cdot d} \cdot V^2 - m \cdot g$$ ***(Error! No text of specified style in document.**.8)*

Pentru ca discul să leviteze trebuie ca

$$F_{total} \geq 0$$ ***(Error! No text of specified style in document.**.9)*

Diferența minimă de potențial la care apare levitația este

$$\begin{cases} \dfrac{\chi}{2 \cdot d} \cdot V_{th}^2 - m \cdot g = 0 \\ V_{prag} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot m \cdot g \cdot d}{\chi}} \end{cases}$$ ***(Error! No text of specified style in document.**.10)**

(d) Plecând de jos cu sarcina *q*, sub acțiune combinată a respingerii datorate plăcii inferioare şi a atracției datorate plăcii superioare, discul mic va ceda această sarcină în momentul în care atinge placa de sus încărcându-se instantaneu cu sarcina *–q* . Imediat după contactul cu armătura superioară discul va fi atras de armătura de jos , şi respins de armătura de sus. În cursul mişcării sale, discul câştigă energie datorită acțiunii câmpului electrostatic şi pierde energie datorită ciocnirilor. La o tură completă (jos – sus - jos) energia potențială gravitațională este invariabilă. Dacă s-a atins starea staționară, câştigul de energie datorat interacțiunii cu câmpul electrostatic trebuie consumat la ciocniri.

Expresia energiei cinetice a discului este

$$E = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$ ***(Error! No text of specified style in document..****11)***

Ținând seama de expresia coeficientului de restituție

$$\eta = \frac{v_{dupa}}{v_{\text{inainte}}}$$ ***(Error! No text of specified style in document..****12)***

la fiecare ciocnire, pierderea de energie cinetică are expresia

$$\Delta E = E_{\text{inainte}} - E_{dupa} = \left(1 - \eta^2\right) \cdot E_{\text{inainte}} = \left(\frac{1}{\eta^2} - 1\right) \cdot E_{dupa}$$ ***(Error! No text of specified style in document..****13)***

La fiecare trecere de la o armătură la alta, energia potențială electrostatică a discului creşte cu cantitatea

$$\Delta U = q \cdot V$$ ***(Error! No text of specified style in document..****14)***

Dacă energia cinetică staționară a discului imediat după ciocnirea cu placa de jos are valoarea

$$E_{jos} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{jos}^2$$ ***(Error! No text of specified style in document..****15)***

la ciocnirea cu armătura de jos, discul a pierdut energia

$$\Delta E_{jos} = \left(\frac{1}{\eta^2} - 1\right) \cdot E_{jos}\,.$$ ***(Error! No text of specified style in document..****16)***

Energia totală a discului exact înaintea ciocnirii de placa de sus va fi

$$E_{sus} = E_{jos} - m \cdot g \cdot d + q \cdot V$$ ***(Error! No text of specified style in document..****17)***

La ciocnirea de placa de sus energia discului scade cu

$$\Delta E_{sus} = \left(1-\eta^2\right)\left(E_{jos} - m\cdot g\cdot d + q\cdot V\right)$$ ***(Error! No text of specified style in document.**.18)*

Pierderile de energie la cele două ciocniri sunt compensate – în regim staționar – de câştigul de energie de la câmpul electrostatic

$$\begin{cases} \Delta E_{sus} + \Delta E_{jos} = 2\cdot q\cdot V \\ \left(\dfrac{1}{\eta^2}-1\right)\cdot E_{jos} + \left(1-\eta^2\right)\left(E_{jos} - m\cdot g\cdot d + q\cdot V\right) = 2\cdot q\cdot V \\ E_{jos} = \dfrac{\eta^2}{1-\eta^4}\left[\left(1+\eta^2\right)qV + \left(1-\eta^2\right)mgd\right] \\ E_{jos} = \dfrac{\eta^2}{1-\eta^2}qV + \dfrac{\eta^2}{1+\eta^2}mgd \end{cases}$$ ***(Error! No text of specified style in document.**.19)*

Deoarece

$$E_{jos} = \frac{1}{2}mv_{jos}^2,$$ ***(Error! No text of specified style in document.**.20)*

prin combinarea celor două expresii ale energiei E_{jos} rezultă

$$\begin{cases} v_{jos} = \sqrt{\left(\dfrac{\eta^2}{1-\eta^2}qV + \dfrac{\eta^2}{1+\eta^2}mgd\right)\cdot\dfrac{2}{m}} \\ v_{jos} = \sqrt{\left(\dfrac{\eta^2}{1-\eta^2}\dfrac{2\chi}{m}V^2 + \dfrac{2\cdot\eta^2}{1+\eta^2}gd\right)} \end{cases}$$ ***(Error! No text of specified style in document.**.21)*

Comparând ultima relație din (1.21) cu relația

$$v_{jos} = \sqrt{\alpha\cdot V^2 + \beta}$$ ***(Error! No text of specified style in document.**.22)*

rezultă

$$\begin{cases} \alpha = \dfrac{\eta^2}{1-\eta^2}\dfrac{2\chi}{m} \\ \beta = \dfrac{2\cdot\eta^2}{1+\eta^2}gd \end{cases}$$

(***Error! No text of specified style in document.****.23)*[*]