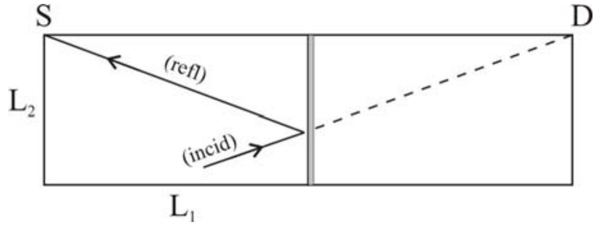
Ministerul Educaţiei şi Cercetării
Olimpiada Naţională de Fizică
Iaşi, 20-25 martie 2005

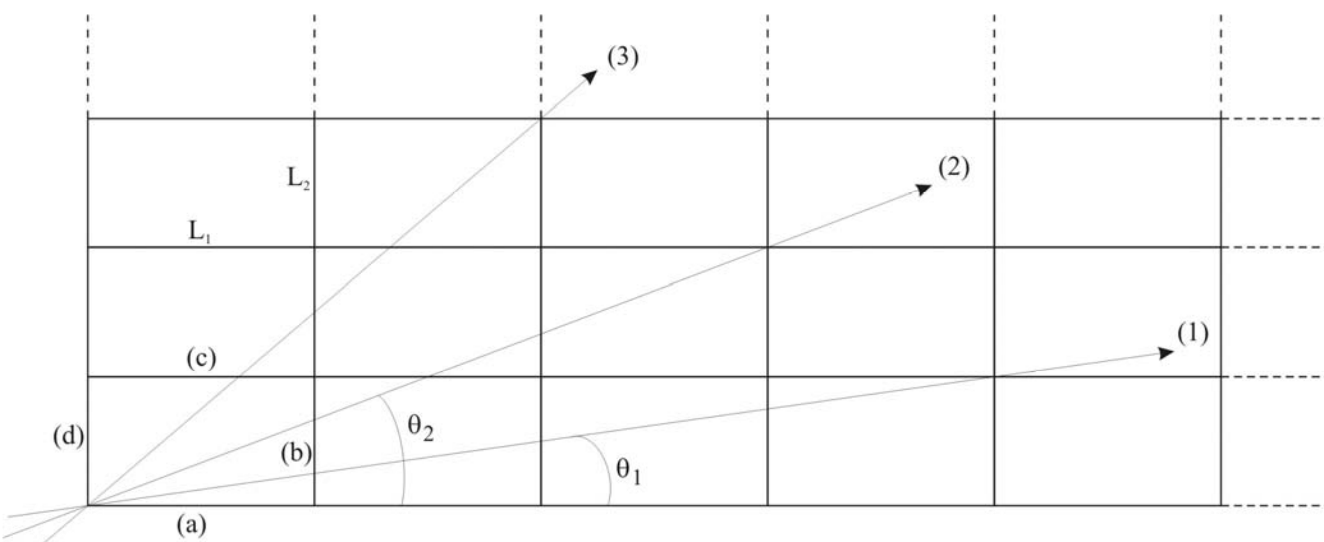
BARAJ FIZICA

PROBLEMA DE OPTICA
REZOLVARE

A. Soluţia problemei se bazează pe următoarea observaţie: raza reflectată de o oglindă plană este simetrică faţă de planul oglinzii cu prelungirea razei incidente. Dacă prelungirea punctată a razei incidente trece prin colţul D, raza reflectată trece prin colţul S.



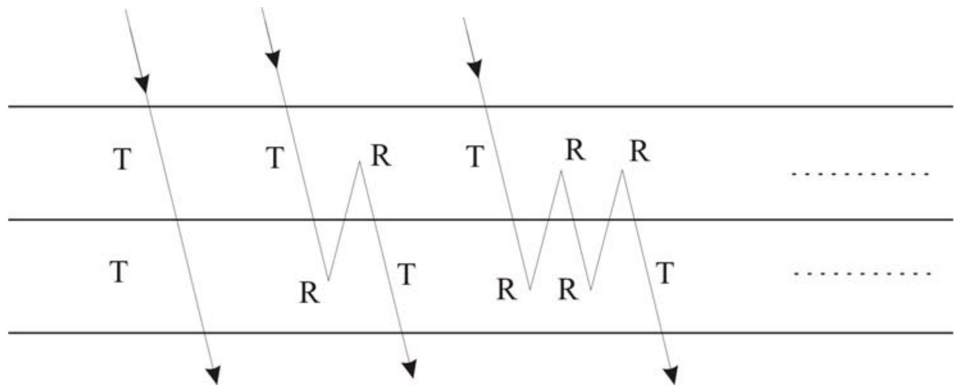
Să construim mai multe celule (cutii) ca cele din desenul anterior, atât spre dreapta, cât şi în sus. Considerăm două raze, 1 şi 2, care prelungite trec printr-un colţ de celulă. Acest fapt ne arată că la un moment dat ele ies din interiorul cutiei şi anume:



-raza 1 iese după trei reflexii consecutive pe oglinzile b, d şi din nou b, după care iese prin colţul c–d;
- raza 2 iese tot după trei reflexii succesive pe oglinzile b, c şi d, după care iese prin colţul a-b.

Se pot analiza în acest mod şi alte situaţii, din care rezultă că $tg\alpha = \frac{nL_2}{mL_1}$, cu n şi m numere întregi.

B. a) Pe baza desenului putem scrie:



$$T_2 = TT + TRRT + TRRRRR + ... =$$
$$= T^2\left(1 + R^2 + R^4 + R^6 + ...\right) = T^2 \frac{1}{1-R^2} = \frac{1-R}{1+R}.$$

În consecință $R_2 = 1 - T_2 = \frac{2R}{1+R}$. Graficul reflectanței R_2 în funcție de R este monoton crescător, pornind din (0,0) sub un unghi de $63{,}435^0$ şi ajungând în punctul (1,1), cu o tangentă aproape orizontală.

b) Pentru n folii prin generalizarea rezultatului anterior putem scrie $R_n = \frac{nR}{1+(n-1)R}$.
Formula se poate deduce prin inducție, considerând un sistem de n+1 folii ca un sistem de n folii şi încă o folie. Astfel avem

$T_{n+1} = T_n T + T_n R R_n T + ... = T_n T \frac{1}{1 - RR_n}$. O inversăm ținând cont că $R_n = 1 - T_n$ şi obținem recurența:

$\frac{1}{T_{n+1}} = \frac{1}{T_n} + \frac{1}{T} - 1$. Aplicând aceasta formulă din aproape în aproape obținem:

$\frac{1}{T_{n+1}} = \frac{n+1}{T} - n$. Inversăm această formulă pentru n trecut în n-1 şi găsim $T_n = \frac{T}{n-(n-1)T}$. Acum relația $R_n = 1 - T_n$ ne dă $R_n = \frac{nR}{1+(n-1)R}$. În aplicația numerică $\frac{10R}{9R+1} = 0{,}97$.

C. a) Fie I_S intensitatea luminii solare incidente. Utilizăm legea lui Malus şi ținem cont că în cazul luminii naturale media lui $\cos^2\theta$ este egală cu ½. Aşa dar, intensitatea ce trece dincolo de primul polarizor este $I_1 = f_1 I_S = \frac{1}{2} T I_S$. De aici $T = 2f_1$. În cazul când cei doi polarizori sunt aşezați unul după altul, iar unghiul dintre direcțiile lor de transmisie este α putem scrie

$I_2 = T\left(I_1 \cos^2 \alpha\right) = 2 f_1^2 I_S \cos^2 \alpha = f_2 I_S$. De aici rezultă $\cos\alpha = \sqrt{\frac{f_2}{2 f_1^2}} = \frac{1}{f_1}\sqrt{\frac{f_2}{2}}$.

b) Este necesar ca $f_2 < 2 f_1^2$.

c) În aplicația numerică obținem $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$, adică $\alpha = 30^0$.