Rezolvare la : Filamente incandescente şi corpuri călduțe

A.1
Drumul liber mediu λ se corelează cu concentrația de particule, n şi cu secțiunea eficace a acestora, S, conform relației

$$\lambda = \frac{1}{nS} \qquad (1)$$

Din legea gazelor,

$$\begin{cases} P \cdot V = \nu RT \\ P \cdot V = \dfrac{N}{N_A} RT \end{cases} \qquad (2)$$

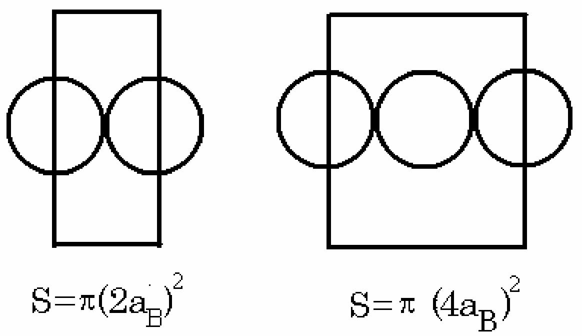
(unde N este numărul de particule din sistem) rezultă pentru concentrație expresia

$$n = \frac{N}{V} = \frac{P \cdot N_A}{RT} \qquad (3)$$

Secțiunea eficace este un cerc cu raza R

$$R = 4a_B \qquad (4)$$

Este admisă ca fiind corectă orice rază $R \in (2a_B, 4a_B)$ - ca în desenul de mai jos



Cu datele furnizate în problemă, orice drum liber apărut dintr-un raționament corect şi având valoarea

$$\lambda = 2 \div 8m \qquad (5)$$

este correct.
Ținând cont de volumul vasului , cu dimensiune lineară acceptabilă de tipul *0,1m* rezultă că toți atomii disociați apăruți la filament, se duc spre perete unde se lipesc fără a întâlni pe drum o altă particulă. Din acest fapt rezultă două concluzii foarte importante

- Temperatura gazului din incintă rămâne constantă deoarece atomii „fierbinți” nu disipă energie către ceilalți atomi din incintă
- Procesul de „condensare” a atomilor pe pereți este limitat de generarea de atomi deoarece orice atom generat ajunge sigur la perete unde „dispare” din punctul de vedere al concentrației de gaz din vas

A.2 O fracțiune f din numărul moleculelor (care au în incintă viteza $\bar{v}$) şi se află într-un paralelipiped cu aria bazei A egală cu aria filamentului şi cu înălțimea $\bar{v} \cdot \tau$ ajung la filament unde se disociază şi pleacă apoi spre pereți. Numărul lor , N_f , este deci

$$N_f = f \cdot A \cdot \bar{v} \cdot \tau \cdot n \qquad (6)$$

$$\frac{d(nV)}{d\tau} = -f \cdot A \cdot \bar{v} \cdot n \cdot \tau \qquad (7)$$

Variația concentrației de particule din incintă respectă prin urmare relația

$$\frac{dn}{n} = -\frac{A}{V} f \cdot \bar{v} \cdot d\tau \qquad (8)$$

sau

$$\ln\frac{n}{n_0} = -\frac{A}{V} \cdot f \cdot \overline{v} \cdot d\tau \qquad (9)$$

Orice f din domeniul

$$f = \frac{1}{6} \div \frac{1}{3} \qquad (10)$$

Va fi considerat corect – dacă este rezultatul unui raționament corect referitor la geometria filamentului în vas.

Deoarece presiunea este proporțională cu concentrația, din (9) rezultă

$$\ln\frac{p_0}{p} = \frac{A}{V} f \cdot \bar{v} \cdot \tau \qquad (11)$$

A.3 Viteza luată în considerare este viteza medie

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \qquad (12)$$

Este admisă ca fiind corectă şi viteza termică

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \qquad (13)$$

Valoarea numerică $v = 270 m/s$ cu eroare de 10% este acceptată ca fiind corectă.

Din relația (11) rezultă că timpul τ la care se realizează presiunea p este

$$\tau = \frac{\ln\frac{p_0}{p}}{\frac{A}{V} f \cdot \bar{v}} \qquad (14)$$

Orice valoare a timpul în care presiunea din vas scade de 1000 de ori, cuprinsă în intervalul (0,1s , 1s) este considerată corectă.

B. În general, energia primită de sistemul aflat la temperatura T în intervalul de timp $\Delta\tau$,

$$E_{primit} = P_{primit} \cdot \Delta\tau \qquad (1)$$

este folosită parțial pentru ridicarea cu ΔT a temperaturii sistemului care are capacitatea calorică C şi parțial se pierde sub forma

$$E_{cedat} = P_{cedat} \cdot \Delta\tau \qquad (2)$$

Ecuația care descrie procesul este

$$P_{primit} \cdot \Delta\tau = C \cdot \Delta T + P_{cedat} \cdot \Delta\tau \qquad (3)$$

sau $P_{primit} = C \cdot \dfrac{\Delta T}{\Delta\tau} + P_{cedat}$ (4)

La stare staționară,

$$P_{primit} = P_{cedat} \qquad (5)$$

iar pentru obiectul care se răceşte,

$$0 = C \cdot \frac{\Delta T}{\Delta\tau} + P_{cedat} \qquad (6)$$

1. Graficul este calitativ; viteza de încălzire este mare la început şi tinde spre zero pe măsură ce corpul se îndreaptă spre starea de echilibru la care puterea primită şi aceea pierdută sunt egale.
2. Viteza de răcire se poate tabela sub forma

Timp(s)	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
Temp(^0C)	40,00	35,74	32,39	29,76	27,68	26,05	24,74	23,75	22,95	22,32	21,83
$\Delta T/\Delta\tau$		8,52	6,70	5,26	4,16	3,26	2,62	1,98	1,60	1,26	0,98

Pe linia a treia , vitezele de răcire trebuie citite ca fiind - de exemplu – 8,52x10^{-2} $^0C/s$ Dependența arătă scăderea vitezei de răcire pe măsura scăderii temperaturii.

3. Se pot reprezenta pe acelaşi grafic vitezele de variație ale temperaturilor ca funcție de temperatură şi puterile ca funcție de temperatură – pentru temperaturile la care există toate aceste date.

Tabelul respectiv este prezentat mai jos. În ultima coloană a tabelului apare valoarea capacității calorice a sistemului

T	$\Delta T/\Delta\tau$	$P_{primit}=P_{cedat}$	$C[J/^0C]$
25	0,026	1	38
30	0,046	2	43,5
35	0,072	3	41,6
40	0,097	4	41

Valoarea medie pentru capacitate calorică este de $41J/^0C$. Corespunzător, valoarea căldurii specifice a obiectului omogen cu masa de *100g* este

$c = 410J/kg^0C$

C. $\eta = \dfrac{L}{Q_p}$, $L = \dfrac{1}{2}\Delta p \Delta V$ este fixat.

η este maxim când Q_p este minim.

Avem:

$$Q_p = \upsilon C_V\left(T_2 - T_1\right) + \upsilon C_p\left(T_3 - T_2\right)$$

$$T_1 = \frac{p_0 V_0}{\upsilon R},\ T_2 = \frac{\left(p_0 + \Delta p\right)V_0}{\upsilon R},\ T_3 = \frac{\left(p_0 + \Delta p\right)\left(V_0 + \Delta V\right)}{\upsilon R}$$

Astfel:

$$T_2 - T_1 = \frac{V_0 \Delta p}{\upsilon R},\ T_3 - T_2 = \frac{p_0 \Delta V + \Delta p \Delta V}{\upsilon R} \text{ şi}$$

$$Q_p = \frac{C_V}{R} V_0 \Delta p + \frac{C_p}{R}\left(p_0 \Delta V + \Delta p \Delta V\right)$$

Care este minim când $V_0 \to 0$ şi $p_0 \to 0$, adică:

$$Q_p^{(\min)} = \frac{C_p}{R}\Delta p \Delta V = \frac{C_p}{R} 2L .$$

În final

$$\eta_{\max} = \frac{R}{2C_p} = \frac{\gamma - 1}{2\gamma} = \frac{1}{5} = 0.20 = 20\%$$

Prof. dr. Florea ULIU, Dr. Constantin COREGA ISJ Cluj, Dr. Romulus POP, MEC, Dr. Adrian S. Dafinei, Universitatea din Bucureşti