Soluție la „Călătorii și războaie”

A.1 La distanța r de centrul Pământului de rază a și masă M_P

$$mg(r) = k\frac{M(r)\cdot m}{r^2} = k\frac{m}{r^2}\cdot\frac{4\pi r^3\rho}{3} = mg\frac{r}{a} \qquad (1)$$

unde g este accelerația gravitațională la suprafața Pământului. Ecuația de mișcare a corpului care cade , la distanța r de centrul Pământului este:

$$m\ddot{r} = -mg\frac{r}{a} \qquad (2)$$

sau

$$m\ddot{r} + mg\frac{r}{a} = 0 \qquad (3)$$

Cu notația $\frac{g}{a} = \omega^2 > 0$, ecuația devine:

$$\ddot{r} + \omega^2 r = 0 \qquad (4)$$

A.2 Relația(4) este o ecuație de oscilator armonic cu soluția

$$r(t) = A\sin(\omega\cdot t + \varphi) \qquad (5)$$

A.3 Frecvența de oscilație ω este dată de

$$\omega^2 = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{g}{a} \qquad (6)$$

Perioada mișcării este

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{g}{a} \qquad (7)$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a}{g}} \qquad (8)$$

Timpul călătoriei este:

$$\frac{T}{2} \cong 40\,\text{min}$$

A.4 Vehiculul este în cădere liberă, deci călătorii sunt în imponderabilitate

A.5 Întrucât legea de mișcare este oscilatorie armonică, viteza va fi:

$$v(t) = A\omega\cos(\omega t + \varphi) \qquad (9)$$

Deoarece la momentul inițial

$$r(0) = 0$$
$$v(0) = 0 \qquad (10)$$

$$r(0) = A\sin\varphi = a$$
$$v(0) = A\omega\cos\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \qquad (11)$$
$$r(t) = a\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \qquad (12)$$
$$v(t) = a\omega\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \qquad (13)$$
$$v_{max} = a\omega \qquad (14)$$
$$v_{max} = \sqrt{ga} \qquad (15)$$
$$v_{max} \cong 8000 m/s \qquad (16)$$

B.1 La avion ajung o undă directă provenită direct de la antenă şi o undă reflectată de către apă. Situația este similară celei care apare la oglinda Lloyd. Prin interferența celor două unde, în punctul din spațiu în care se află avionul pot rezulta diverse intensități ale radiației receptate.
B.2 Pentru avionul aflat la înălțimea h față de nivelul mării şi la distanța d pe orizontală față de antenna, drumurile optice ale celor două unde sunt:
$$\delta_1^2 = d^2 + (H-h)^2 \qquad (1)$$
$$\delta_1^2 = d^2 + (H+h)^2 \qquad (2)$$
Deoarece H+h <<d radicalii care exprimă lungimile drumurilor optice se pot aproxima prin:

$$\delta_1 = d\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{H-h}{d}\right)^2\right] \qquad (3)$$

$$\delta_2 = d\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{H+h}{d}\right)^2\right] \qquad (4)$$
Diferența de drum optic pentru cele două raze este:
$$\delta = \delta_1 - \delta_2 + \frac{\lambda}{2} = \frac{2Hh}{d} + \frac{\lambda}{2} \qquad (5)$$
Întrucât în apropierea suprafeței apei diferența drumurilor geometrice este nulă, diferența drumurilor este o semiundă şi intensitatea rezultată în urma interferenței este nulă. Aceasta explică de ce semnalul are intensitate scăzută în apropierea suprafeței mării.
Pentru obținerea maximelor de interferență este necesară respecterea condiției
$$\delta_{max} = \frac{2Hh}{d} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda \qquad (6)$$
Aceste maxime se realizează atunci când avionul se află la înălțimi

$$h_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda d}{2H} \qquad (7)$$
sau
$$h_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \cdot 250m \qquad (8)$$
Primele astfel de înălțimi sunt:
$$h_0 = 125m$$

$h_1 = 375m$

……

B.3 Maximizarea semnalului radio permite determinrea extreme de precisă a înălțimii de zbor , obligatorie în misiunile de bombardament

Prof. Constantin TRĂISTARU, MEC, Prof. dr. Ştefan ANTOHE , Conf. dr. Adrian DAFINEI, Facultatea de Fizică a Universității din Bucureşti