Olimpiada Națională de Fizică
Satu Mare
21-25 aprilie 2003

Proba de baraj

MECANICA

Intr-o regiune terestră din emisfera nordică, cu latitudinea geografică φ, unde accelerația gravitațională este g, curge un fluviu de la Sud spre Nord şi, pe o cale ferată alăturată, se deplasează o locomotivă de la Sud spre Nord, de-a lungul unui acelaşi meridian, vitezele lor relative în raport cu Pământul fiind egale şi constante, v. Se neglijează influența rotației Pământului asupra accelerației gravitaționale terestre.

a) *Să se determine* diferența de nivel a apei între cele două maluri ale fluviului. Se cunosc: lățimea fluviului (l) şi viteza unghiulară a mişcării de rotație a Pământului (ω). Viteza apei este aceeaşi în orice punct al secțiunii transversale a fluviului.

Să se determine raportul reacțiilor normale verticale ale celor două şine asupra locomotivei. Se ştie că distanța dintre cele două şine este egală cu distanța de la centrul de masă al locomotivei până la planul şinelor.

b) Pe o tijă omogenă orizontală, aflată în repaus pe direcția Est-Vest, şi care se poate roti numai în jurul axului vertical ce trece prin centrul său de masă, fiind suspendată de un fir inextensibil, se află în repaus, în poziții simetrice, două corpuri identice, fiecare un punct material cu masa m, la distanțele b față de axul vertical. Un dispozitiv special de pe tijă lansează simultan cele două corpuri spre axul de rotație, cu viteze egale, ele oprindu-se apoi simultan la distanțele a față de axul vertical, după un parcurs prin alunecare, simetric față de centrul de masă al tijei.

Să se determine viteza unghiulară dobândită de întregul sistem, în raport cu Pământul. Se cunosc: I_0 - momentul de inerție al tijei în raport cu axul vertical; ω - viteza unghiulară de rotație a Pământului; φ - latitudinea geografică a locului. Se va admite că tija rămâne în repaus cât timp cele două corpuri sunt în mişcare de-a lungul tijei.

c) *Să se determine* amplitudinea unghiulară a oscilațiilor tijei, efectuate în plan orizontal, dacă firul elastic de suspensie are constanta de torsiune C şi să se scrie legea oscilațiilor armonice ale tijei.

Conf. univ. dr. MIHAIL SANDU
UNIVERSITATEA "LUCIAN BLAGA" - SIBIU

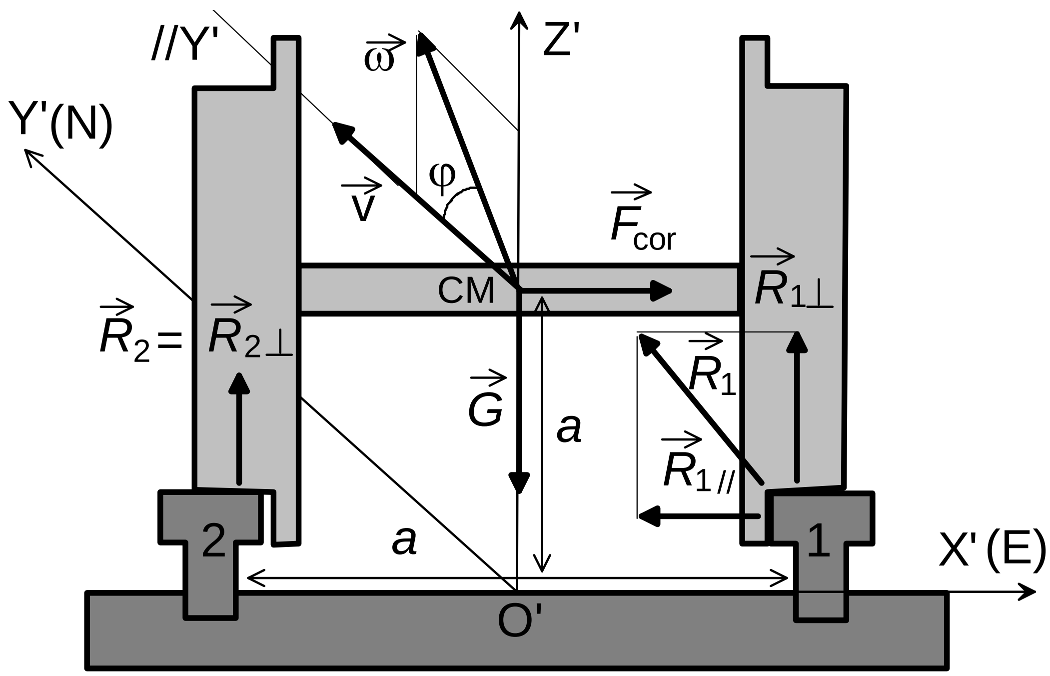
PROBLEMĂ DE MECANICĂ

a) Fortele reale care actioneaza asupra unui volum elementar de lichid, cu masa dm, fiind fortele de presiune si forta de grteutate, iar singura forta complementara considerata fiind forta complementara Coriolis, rezulta ca diferenta de nivel a apei intre cele doua maluri este:

$$\Delta h = \frac{2l\omega v \sin\varphi}{g}.$$

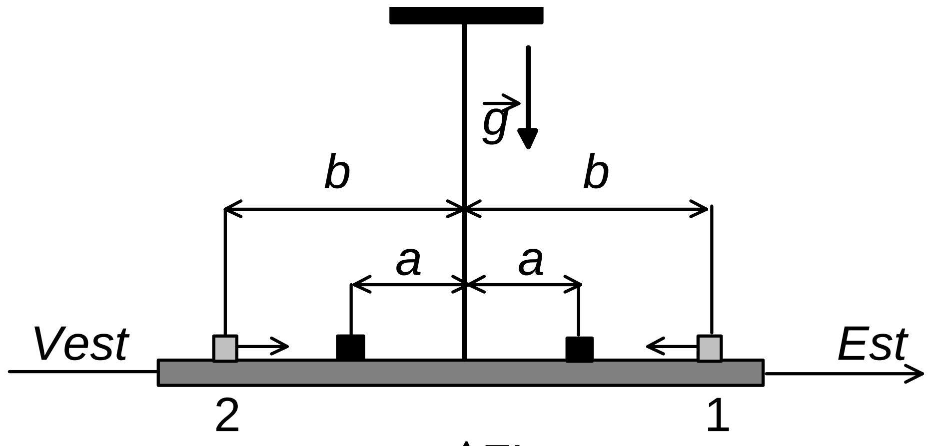
Fortele reale si complementare care actioneaza asupra locomotivei fiind cele reprezentate in figura 1, rezulta:

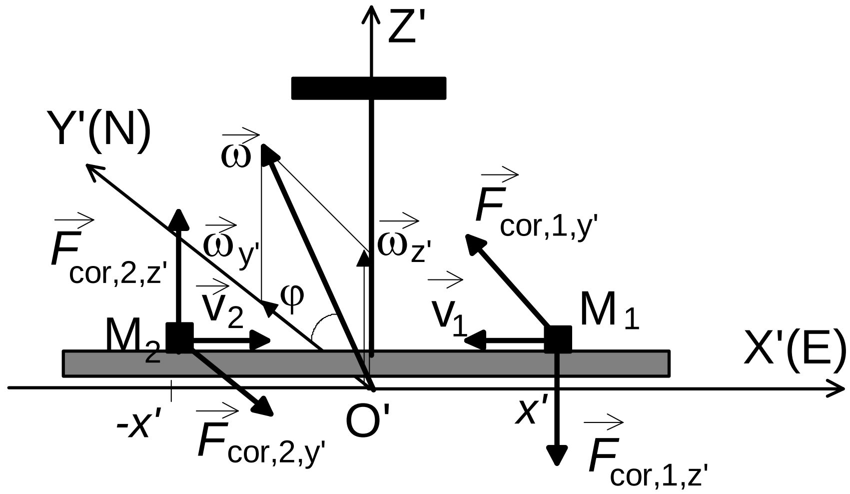
$$\frac{R_{1\perp}}{R_{2\perp}} \approx \frac{8\omega v}{g}\sin\varphi.$$



b) Geometria sistemului, la momentul initial si in momentul imobilizarii corpurilor 1 si 2 fiind cea reprezentata in figura 2, utilizand teorema variatiei momentului cinetic , rezulta:

$$\Omega = \frac{2m\omega\left(b^2 - a^2\right)\sin\varphi}{I_0 + 2ma^2}.$$





c)

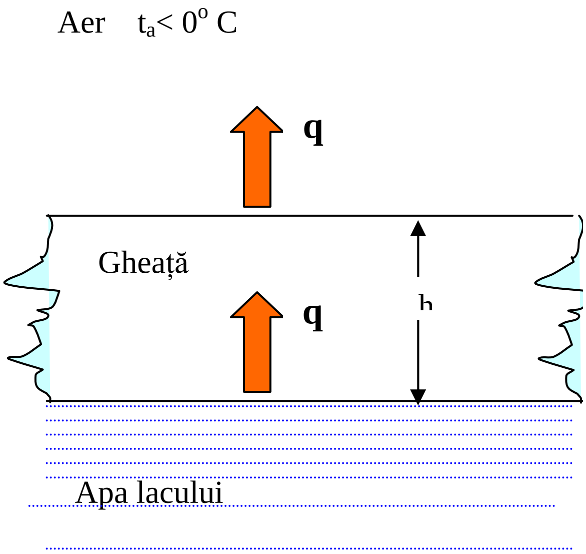
$$\theta = \theta_{\max} \sin \omega' t;$$

$$\theta_{\max} = \frac{2m\omega\left(b^2 - a^2\right)\sin\varphi}{\sqrt{C\left(I_0 + 2ma^2\right)}}.$$

Olimpiada Naţională de Fizică
Satu Mare
21-25 aprilie 2003
Proba de baraj
TERMODINAMICA

1. Formarea gheţii pe un lac mare

Aerul atmosferic de deasupra unui lac mare se răceşte brusc până la temperatura T_a = 253 K, măsurată la înălţime suficient de mare de suprafaţa apei care începe să îngheţe. Nu bate vântul, presiunea atmosferică este normală iar temperatura aerului rămâne constantă.

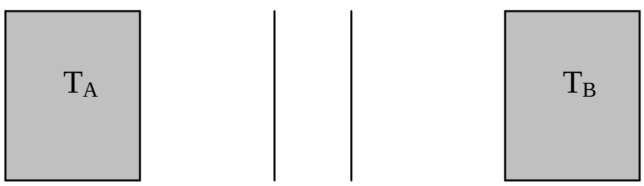


Sunt cunoscute următoarele : căldura latentă specifică de topire a gheţii L = $3{,}34 \cdot 10^5$ $J \cdot Kg^{-1}$, temperatura de topire a gheţii T_o = 273 K, densitatea gheţii ρ_g = 916 kgm^{-3}, conductivitatea termică a gheţii k_g = 2,24 $Wm^{-1}K^{-1}$ şi coeficientul de transfer al căldurii de la gheaţă la aer H_{ga}=20 $Wm^{-2}K^{-1}$.
Fluxul de căldură q (mărimea fizică numeric egală cu căldura care străbate în unitatea de timp unitatea de suprafaţă perpendiculară pe direcţia de transfer a căldurii) este direct proporţional cu diferenţa de temperatură dintre corpurile între care are loc tranferul de căldură şi se poate exprima prin relaţiile: $q = -k\dfrac{T_{rece} - T_{cald}}{\Delta x}$, unde Δx este distanţa dintre corpuri, sau $q = -H(T_{rece} - T_{cald})$. $[q]_{SI} = W \cdot m^{-2}$.

a) Indicaţi pe un desen, printr-o săgeată, sensul de creştere a grosimii gheţii şi justificaţi opţiunea voastră (vârful săgeţii arată ultimul strat de gheaţă format). *(1 punct)*
b) Calculaţi după cât timp grosimea gheţii devine 10 cm. *(5 puncte)*
Se neglijează schimbul de căldură prin radiaţie.

2. Ecrane termice

Suprafaţă plană a unui corp absolut negru cu temperatura constantă T_A este paralelă cu o suprafaţă plană a altui corp negru cu temperatura constantă mai joasă, T_B. Corpurile sunt plasate în vid. Pentru a reduce fluxul de căldură datorat radiaţiei, se plasează între cele două corpuri un ecran termic care constă din două plăci negre subţiri, izolate una de cealaltă şi paralele cu suprafeţele corpurilor, ca în figura de mai jos. După un timp se ajunge la o situaţie staţionară.



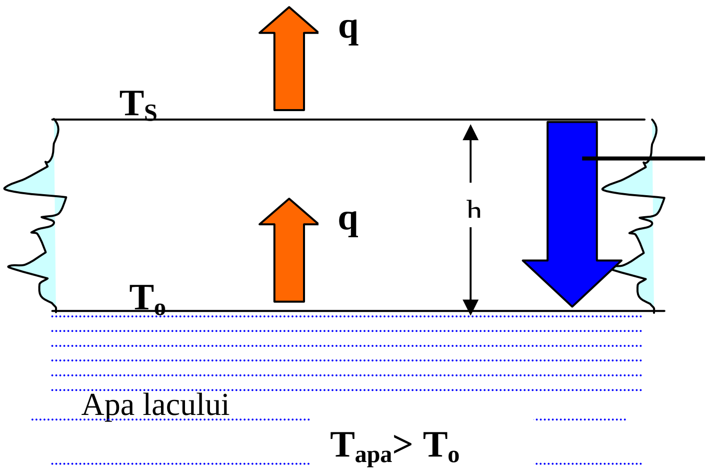
Determinaţi de câte ori se reduce valoarea fluxului staţionar de căldură datorită prezenţei ecranului termic? Ce se întâmplă dacă se introduc n plăci negre subţiri între cele două termostate?
Neglijaţi efectele datorate dimensiunii finite a suprafeţelor. *(3 puncte)*

Romulus Pop
Bucureşti

.

Olimpiada Naţională de Fizică
Satu Mare
21-25 aprilie 2003
Proba de baraj
TERMODINAMICA
Rezolvare şi barem de notare

1. a) Aer $t_a < 0^o$ C



Sensul de creştere a grosimii gheţii 0,5 p

Justificare ………… 0,5 p

$T_{apa} > To = 273$ K $> T_S > T_a$

b) În regim staţionar fluxul de căldură apă-gheaţă este egal cu fluxul de căldură prin gheaţă şi cu fluxul de căldură gheaţă-aer:

$$q = k_g \cdot \frac{T_O - T_S}{h} \quad = \quad q = H_{ga}\left(T_s - T_a\right)$$ ……...……………………………………………..1p

unde T_S este temperatura la suprafaţa de separare gheaţă-aer .

$Q = Sqt$ căldura transferată prin suprafaţa S în timpul t

$$Q = mL = V_a \rho_a L = V_g \rho_g L = Sh\rho_g L$$ ………………………………………….…………….…1p

Temperatura la suprafaţa superioară a stratului de gheaţă,T_S, nu este cunoscută şi este riscant să ne deplasăm pe lac să o măsurăm.

$$t = \frac{\rho_g \cdot L \cdot h \cdot (k_g + h \cdot H_{ga})}{k_g \cdot H_{ga} \cdot (T_O - T_a)}.$$ …………………………………………….…………2 p

t = 144777,071 sec = 40,216 ore ≈ 40 ore 13 minute ….………..…………..…………….….….1 p

2. În condiţii staţionare plăcile introduse îşi păstrează fiecare temperatura constantă şi fluxul de căldură **q** este constant între cele două corpuri:

$$q = \sigma(T_A^4 - T_1^4)$$
$$q = \sigma(T_1^4 - T_2^4)$$
$$q = \sigma(T_2^4 - T_B^4)$$ ……………………1 p
$$3q = \sigma(T_A^4 - T_B^4) = q_0$$

unde q_o reprezintă fluxul de căldură în absenţa ecranului. Rezultă că fluxul de căldură devine de trei ori mai mic:

$$q = \frac{q_o}{3}$$ ………………………… 1 p

În cazul introducerii a n plăci fluxul de căldură se reduce de n+1 ori:

$$q = \frac{q_o}{n+1}$$ ………………………………1 p

Din oficiu: ……………………………………1 p

.

A. Un condensator cu armături plan paralele este alcătuit din două discuri metalice de raze identice, r, aflate la distanță mică d, $d<<r$, unul de altul . Cele două discuri sunt încărcate cu sarcinile $+Q_0$ şi respectiv $-Q_0$. La un moment dat , $t=0$, centrele armăturilor sunt conectate printr-un fir foarte subțire, drept, vertical, având rezistența electrică R. Se presupune că rezistența electrică a firului este foarte mare astfel încât se poate admite că inductanța firului este neglijabilă.

   a. Să se calculeze sarcina de pe fiecare dintre armăturile condensatorului în funcție de timp – după cuplarea firului
   b. Se consideră secțiuni cilindrice ale armăturilor, concentrice cu acestea . Să se calculeze intensitatea curentului care trece prin secțiunea cilindrică de rază ρ ($\rho<r$), a unei armături ca funcție de timp .
   c. Determinați direcția câmpului magnetic în spațiul dintre plăci şi calculați valoarea inducției acestui cîmp în funcție de timp şi poziție

B. O emisferă din tablă metalică de grosime constantă g, confecționată dintr-un material având rezistivitatea electrică ρ este închisă în partea inferioară cu un disc orizontal având raza egală cu raza emisferei. Discul orizontal este construit dintr-un material cu rezistivitate electrică neglijabilă. Pe emisferă cade un fascicul larg, uniform, vertical, de electroni de mare energie . Un ampermetru ideal legat între discul aflat la baza emisferei şi pământ indică existența unui curent electric cu intensitatea I. Determinați diferența maximă de potențial între două puncte aflate pe emisferă.

Problema a fost propusă de
Prof.univ dr. Ştefan ANTOHE
Conf.univ.dr.Adrian S.DAFINEI

A. Circuitul alcătuit din condensator şi fir este un circuit RC pentru care sarcina instantanee a condensatorului şi intensitatea instantanee a curentului prin fir satisfac ecuațiile

$$\begin{cases} \dfrac{q}{C} + iR = 0 \\ \dfrac{q}{C} + \dfrac{dq}{dt}R = 0 \end{cases} \qquad (1)$$

Soluția ecuației (1) este

$$q(t) = Q_0 \exp(-t/RC) \qquad (2)$$

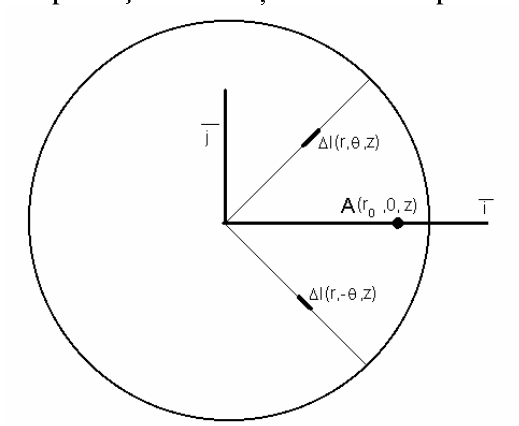
b. Întrucât sarcina este distribuită tot timpul uniform pe armături, sarcina totală aflată pe un disc în afara cercului de rază ρ este

$$q_{exterior} = q\frac{r^2 - \rho^2}{r^2} = Q_0\left(\frac{r^2 - \rho^2}{r^2}\right)\exp(-t/RC) \qquad (3)$$

Variația acestei sarcini, care reprezintă curentul care trece prin secțiunea de rază ρ este

$$i = -\frac{dq_{exterior}}{dt} = Q_0\left(\frac{r^2 - \rho^2}{r^2 RC}\right)\exp(-t/RC) \qquad (4)$$

c. Pentru calculul inducției magnetice totale trebuie considerate contribuțiile curenților radiali din plăci şi contribuția curentului prin fir.



Într-un sistem de coordonate în care axa Oz este axa comună a armăturilor, inducția cîmpului magnetic într-un punct $A(r_0, 0, z_0)$ care determină direcția Ox, are componentele (B_r, B_θ, B_z).

Aşa cum este cunoscut, inducția câmpului magnetic determinat de o porțiune de circuit parcursă de curentul i, într-un punct aflat în poziția $\vec{r}$ este

$$\vec{B} = k\frac{i \cdot \vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \qquad (5)$$

Contribuțiile la inducția magnetică a curenților care curg radial prin porțiuni foarte mici din raze de lungimi *Δl,* aşezate în poziții simetrice față de axa OA în punctele având coordonatele polare $P_1(r, \theta, z)$ şi $P_2(r, -\theta, z)$ pot fi scrise sub forma

$$\begin{cases} \overrightarrow{\Delta B_1} = \dfrac{K \cdot i \cdot \Delta l}{\left|\vec{r} - \vec{r_0}\right|^3}\left[\left(\cos\theta\vec{i} + \sin\theta\vec{j}\right)\times\left(\left(r\cos\theta - r_0\right)\vec{i} + r\sin\theta\vec{j} + \left(z - z_0\right)\vec{k}\right)\right] \\ \overrightarrow{\Delta B_2} = \dfrac{K \cdot i \cdot \Delta l}{\left|\vec{r} - \vec{r_0}\right|^3}\left[\left(\cos\theta\vec{i} - \sin\theta\vec{j}\right)\times\left(\left(r\cos\theta - r_0\right)\vec{i} - r\sin\theta\vec{j} + \left(z - z_0\right)\vec{k}\right)\right] \end{cases} \quad (6)$$

Suma celor două contribuţii simetrice produce inducţia

$$\overrightarrow{\Delta B} = -\frac{K i \Delta l}{\left|\vec{r} - \vec{r_0}\right|^3} 2\cos\theta\left(z - z_0\right)\vec{j} \quad (7)$$

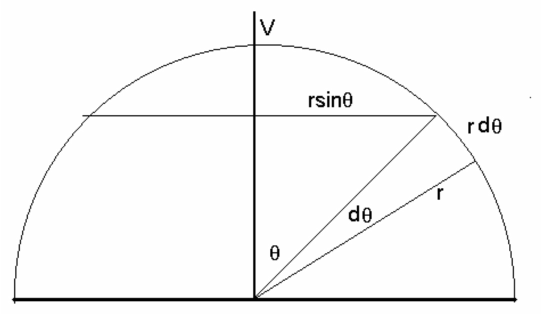
Din rezultatul obţinut rezultă că cele două porţiuni simetrice aduc la inducţia totală o contribuţie care nu are componentă decât pe direcţia care, în coordonate polare, s-ar putea numi circulară – perpendiculară pe raza care trece prin punctul în care s-a calculat inducţia. Întrucât contribuţiile elementare considerate nu dau în sistemul de coordonate considerat componente ale inducţiei pe direcţiile Ox şi Oy , prin sumarea contribuţiilor de tipul celor de la relaţia (7) pentru unghiuri de la 0 la π şi apoi pentru elemente aşezate de-a lungul întregii raze, contribuţiile totale, pe direcţiile axelor Oz şi Ox sunt nule pentru fiecare dintre discuri . În consecinţă, câmpul magnetic este identic aceluia determinat de un fir conductor prin care curge un curent electric adică un câmp cu linii de câmp circulare având modulul inducţiei dat de

$$B = \frac{\mu i}{2\pi r} = \frac{\mu Q_0 \exp(-t/RC)}{2\pi RCr} \quad (8)$$

B.

Punctul de potenţial electric maxim este punctul aflat în vârful emisferei. Un sector sferic elementar, care se vede din centrul emisferei sub unghiul θ, are secţiunea $2\pi g r \sin\theta$ şi lungimea $r d\theta$. Rezistenţa sa electrică este

$$dR = \frac{\rho r d\theta}{2\pi g r \sin\theta} \tag{9}$$



Curentul care trebuie să se scurgă prin secţiunea determinată de raza rsinθ este corespunzător ariei secţiunii eficace pentru electroni care este cercul de rază rsinθ adică

$$i(\theta) = I\frac{r^2\sin^2\theta}{r^2} = I\sin^2\theta \tag{10}$$

Curgerea curentului este determinată de diferenţa de potenţial între cele două cercuri echipotenţiale corespunzătoare unghiurilor θ şi θ+dθ adică

$$V(\theta) - V(\theta + d\theta) = i(\theta)dR \tag{11}$$

Şi deci

$$-dV = I\sin^2\theta\cdot\frac{\rho r d\theta}{2\pi g r\sin\theta} = I\sin\theta\cdot\frac{\rho d\theta}{2\pi g} \tag{12}$$

Integrând pentru unghiuri cuprinse între 0 (corespunzător vârfului emisferei) şi π/2 (corespunzător bazei) rezultă că potenţialul punctului din vârful emisferei, V_0 este

$$V_0 = \frac{I\rho}{2\pi g}\int_0^{\pi/2}\sin\theta d\theta = \frac{I\rho}{2\pi g} \tag{13}$$

Diferenţa maximă de potenţial se realizează între oricare din punctele de pe cercul mare al emisferei şi vârful său.

Olimpiada Naţională de Fizică

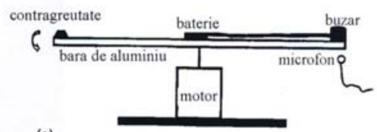
Satu Mare

21-25 aprilie 2003

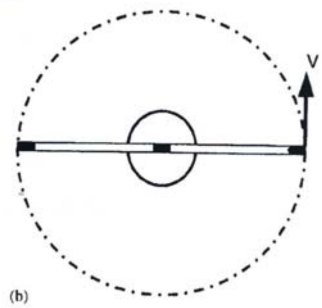
Proba de baraj

OSCILATII SI UNDE

A. In figurile alaturate este prezentat schematic un dispozitiv experimental [vazut din lateral – fig.(a) si vazut de sus – fig. (b)] cu ajutorul caruia se urmareste studiul dependentei de timp a frecventei pe care o inregistreaza un microfon fix , unda sonora fiind emisa in mod izotrop de un buzar mobil. Partea mobila a dispozitivului este o tija de aluminiu, usoara, cu lungimea $L = 2$ m, al carei mijloc este cuplat la axul de rotatie al unui motor electric. La unul din capetele tijei este fixat un buzar, alimentat de la o baterie, iar la celalalt capat este fixata o contragreutate care mentine tija in pozitie orizontala in timpul rotatiei. Frecventa semnalului sonor emis de buzar este $\nu_0 = 5\text{kHz}$ iar perioada miscarii circulare (uniforme) a tijei este $T = 400$ milisecunde. Sa se exprime dependenta de timp a frecventei ν pe care o inregistreaza microfonul (situat la distanta $L/2$ fata de axul de rotatie al motorului, chiar sub tija) si sa se reprezinte grafic, calitativ, dependenta $\nu = \nu(t)$. Se cunoaste viteza sunetului in aer $c = 340$ m/s. Momentul $t = 0$ va fi, prin conventie, cel in care buzarul este in pozitie diametral opusa fata de microfon.



(a)



(b)

B. Un polaroid ideal este o piesa optica perfecta, ce transmite complet componenta campului electric, al undei luminoase incidente, de-a lungul directiei (sale) de transmisie (DT) si opreste (absoarbe) complet componenta perpendiculara pe directia sa de transmisie. Din pacate, polaroizii reali nu satisfac niciodata aceste cerinte.
Dispunem de doi polaroizi reali, identici, care nu transmit in intregime componenta pe (DT) a campului electric incident si nici nu opresc in intregime componenta perpendiculara pe (DT) a aceluiasi camp electric incident. Sa presupunem ca atunci cand campul electric incident este dirijat de-a lungul lui (DT) polaroidul transmitre doar fractiunea α din energia incidenta, iar atunci cand campul electric incident este perpendicular pe (DT) este transmisa doar fractiunea β din energia incidenta. Lumina incidenta utilizata este naturala.

a) Extindeti (generalizati) legea lui Malus, calculand intensitatea luminoasa transmisa de perechea de polaroizi neideali, asezati unul dupa altul pe aceeasi axa optica, stiind ca unghiul dintre directiile lor de transmisie este θ.

b) Fie $\alpha = 0{,}95$, respectiv $\beta = 0{,}05$ pentru fiecare polaroid real si considerati cazurile particulare $\theta = 0^0, 30^0, 45^0, 60^0$ si 90^0. Comparati intensitatea luminoasa transmisa de cei doi polaroizi reali cu cea transmisa de o pereche de doi polaroizi ideali ale caror directii de transmisie formeaza tot acelasi unghi θ, cu valorile care au fost precizate anterior.

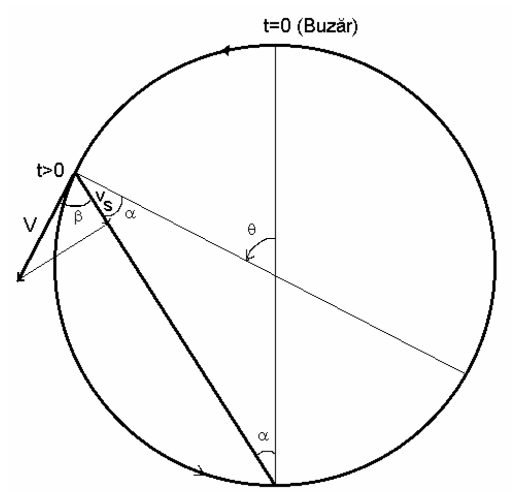
Nota: In toate situatiile despre care este vorba in acest enunt se admite ca lumina incidenta (nepolarizata) cade normal pe fetele plane ale polaroizilor (foarte subtiri), paralele intre ele. Se neglijeaza posibilele reflexii pe fetele interioare paralele ale polaroizilor.

Prof. univ. dr. Florea Uliu

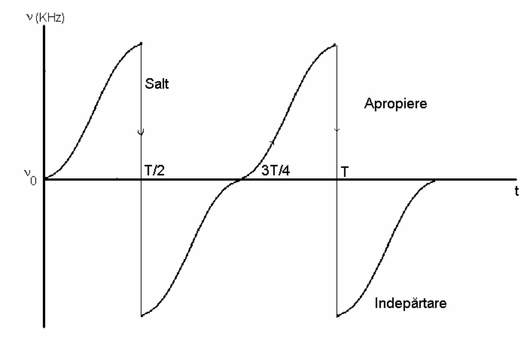
Facultatea de Fizica, Universitatea din Craiova

Din oficiu 1p
A
Total 4p

- Formula efectului Doppler cu receptor fix(prezentare sau deducere)
  $$\nu = \nu_0 \left(1 - \frac{v_s}{c}\right)^{-1}$$
- Când sursa se apropie $v_s > 0$ şi în consecință $\nu > \nu_0$ iar când sursa se îndepărtează, $v_s = -|v_s| < 0$ astfel că $\nu' < \nu_0$
- În cazul experimentului, din enunț, urmărind figura de mai jos, putem stabili că
  $$v_s = \frac{\pi L}{T}\sin\left(\frac{\pi t}{T}\right)$$



- La apropiere frecvența maximă este $\nu' = 5,24kHz$ iar la îndepărtare ia începe să crească de la $\nu' = 4,78kHz$
- Reprezentarea grafică este aceea din figura de mai jos

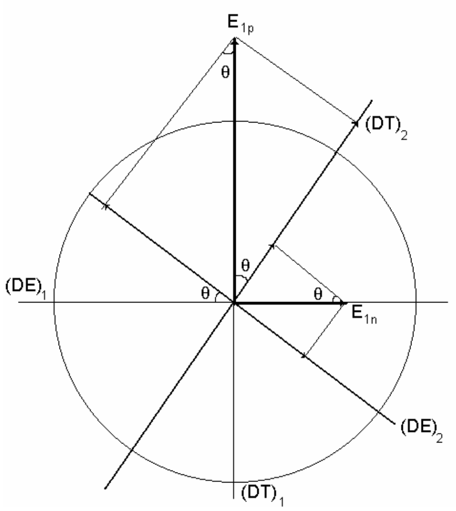


B.
Total 5p

La intrarea în primul polaroid, câmpul E_0 are componentele E_{0p}, pe $(DT)_1$ şi E_{0n}, pe $(DE)_1$ care este direcția de extincție a primului polaroid. După trecerea prin primul polaroid lumina are componentele $E_{1p} = \sqrt{\alpha}E_{0p}$ şi $E_{1n} = \sqrt{\beta}E_{0n}$. Dincolo de al doilea polarizor (vezi figura) câmpul electric luminos are componentele
$$\alpha E_{0p}\cos\theta + \sqrt{\alpha\beta}E_{0n}\sin\theta$$

respectiv

$\sqrt{\alpha\beta}E_{0p}\sin\theta+\beta E_{0n}\cos\theta$



Suma patratelor acestor componente ne dă intensitatea transmisă în funcție de unghiul θ. Lumina incidentă fiind naturală trebuie mediat. Termenul proporțional cu produdul E_{0n} E_{0p} va dispare. În final obținem

$$I_{transmis}=I_0\left(\frac{1}{2}\left(\alpha^2+\beta^2\right)\cos^2\theta+\alpha\beta\sin^2\theta\right)$$

În cazul polaroizilor ideali, $\beta=0,\ \alpha=1$ şi

$$I_{transmis}=\frac{I_0}{2}\cos^2\theta$$

θ^0	$I_{transmis}/I_0\left(polaroizi\ \ ideali\right)$	$I_{transmis}/I_0\left(polaroizi\ \ reali\right)$	Observații
0	0,500	0,453	
30	0,375	0,351	
45	0,250	0,250	Transmit la fel
60	0,149	0,125	
90	0,000	0,048	