MINISTERUL EDUCATIEI SI CERCETARII

Olimpiada de fizică
Faza judeteană – clasa a XII-a
9-02-2002

SUBIECTUL I: (10 puncte)

a) Să se deducă expresiile energiei de legatură şi constantei lui Rydberg, dacă atât electronul cât şi nucleul atomului de hidrogen au o mişcare de rotaţie in jurul centrului de masa . Se considera ca atomul se supune modelului Bohr.

b) Să se demonstreze că : $\nu_{1,2} = \nu_0 \pm (eB/4\pi\, m_o)$ unde :

(i) $\nu_{1,2}$ sunt frecvenţele de rotaţie ale electronului in jurul nucleului atomului aflat in camp magnetic omogen.

ν_0 este frecventa de rotaţie a electronului in jurul nucleului atomului in absenţa câmpului magnetic.

(ii) $\nu_{1,2}$ sunt frecvenţele liniilor spectrale emise de atomul aflat în câmp magnetic omogen

ν_0 este frecvenţa liniei spectrale emise de atom în lipsa câmpului magnetic.

(**e** – sarcina electronului; **B** – inducţia câmpului magnetic omogen; $\mathbf{m_0}$ – masa de repaus a electronului)

SUBIECTUL II: (10 puncte)

Pe catodul unei celule fotoelectrice cade un flux de radiaţii compus din doua radiaţii monocromatice cu frecvenţele $\nu_1 = 6*10^{16}$ **Hz** şi $\nu_2 = 10^{17}$**Hz** , care produce iluminările energetice $E_1 = 4\ J/(cm^2\ s)$ şi respectiv $E_2 = 6\ J/(cm^2 s)$. Catodul celulei are suprafaţa de arie $S = 0{,}2\ cm^2$, iar curentul de fotoelectroni este captat in intregime de anod şi are valoarea $I = 5\ \mu A$. Anodul se află la un potenţial pozitiv **V = 18V** faţă de catod. Lucrul mecanic de extracţie **este** $L_{ex} = 500eV$, iar constanta lui Planck $h = 6{,}6 * 10^{-34}$ **Js**. Să se calculeze :

a) Numărul de fotoni care cad in unitatea de timp pe catod.
b) Randamentul efectului fotoelectric extern.
c) Energia cinetică maximă cu care ajung fotoelectronii la anod. ($e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ **C**)

SUBIECTUL III: (10 puncte)

Se consideră un proces de interacţiune a unui pozitron (particulă elementară, cu masă egală cu a electronului şi sarcină egală cu sarcina electronului, dar pozitivă) cu energia cinetică **2MeV,** cu un electron **K** al unui atom greu. Direcţiile celor doi fotoni care se formeaza in urma acestui proces fiind simetrice faţă de direcţia incidentă a poizitronului, să se determine :

a) Energia fiecărui foton rezultat din reacţie.
b) Unghiul θ format de direcţiile fotonilor emergenţi cu direcţia de incidenţă a pozitronului. Se neglijează energia şi impulsul de recul al atomului.

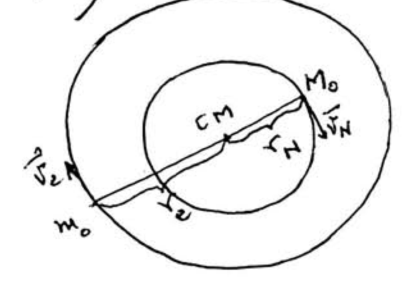
Se dau: energia de ionizare corespunzătoare nivelului **K** al atomului considerat $E_i = 80$ **KeV**, masa de repaus a electronului $m_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ **Kg** , sarcina electronului $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ **C** şi viteza luminii in vid , $c = 3 \cdot 10^8$ **m/s**.

Notă: Timp de lucru 3 ore. Toate subiectele sunt obligatorii. Pentru fiecare subiect se acordă un punct din oficiu.

Soluții XII

O.J. 9-02-2002

I a)



$$\begin{cases} r = r_e + r_N \\ m_0 r_e = M_0 r_N \end{cases} \Rightarrow r_N = r\frac{m_0}{m_0+M_0}\ ;\ r_e = r\frac{M_0}{m_0+M_0} \quad (1)$$

$\omega_e = \omega_N = \omega$, deci momentul cinetic total:

$$L = m_0\omega r_e^2 + M_0\omega r_N^2,\ \text{înlocuind (1):}$$

$$L = \frac{m_0 M_0}{M_0+m_0}\omega r^2 \quad (2)$$

Condiția de echilibru dinamic a electronului:

$$m_0\omega^2 r_e = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad (3) \quad \text{înlocuind } r_e \text{ din (1):}$$

$$\frac{m_0 M_0}{m_0+M_0}\omega^2 r = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad (3')$$

Condiția de cuantificare a lui Bohr: $L = n\frac{h}{2\pi}$ (4) înlocuim în (2):

$$\omega = n\frac{h}{2\pi}\cdot\frac{m_0+M_0}{M_0 m_0}\frac{1}{r_n^2} \quad (5) \quad \text{Înlocuim (5) în (3'):}$$

$$r_n = n^2\frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi e^2}\cdot\frac{M_0+m_0}{M_0 m_0} \quad (6)$$

Dar în modelul planetar al atomului de H:

$$E_n^* = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r_n} \quad (7) \quad \text{Înlocuind (6) în (7):}$$

$$E_n^* = -\frac{1}{n^2}\frac{e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{m_0 M_0}{M_0+m_0}$$

Dar $\mu = \frac{m_0 M_0}{M_0+m_0}$ - masa redusă a sist. nucleu-el.

$$E_n = -\frac{1}{n^2}\frac{\mu e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}$$

În cazul nucleului în repaus $R = \frac{m_0 e^4}{8ch^3\varepsilon_0^2}$ (1p) $\Rightarrow E_n = -\frac{Rch}{n^2}$ (1p)

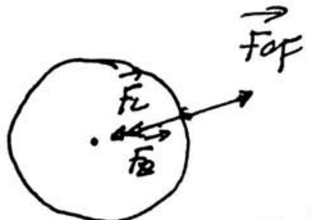
În cazul nucleului în mișcare circulară în jurul CM:

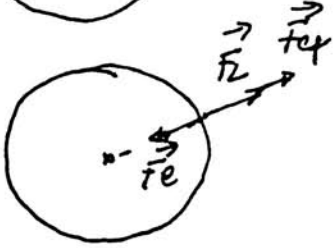
$$R^* = \frac{\mu e^4}{8ch^3\varepsilon_0^2}\ ;\ \text{deci:}$$

$$E_n^* = -\frac{R^* ch}{n^2}\ ;\ \text{pt. } n=1 \Rightarrow E_1 = -R^* ch \Rightarrow W_{eg} = R^* ch \ \ldots \text{(1p)}$$

$$R^* = \frac{R\cdot M_0}{M_0+m_0} \text{ - constanta lui Rydberg redusă} \ \ldots \text{(1p)}$$

I b)1.





$B=0 \quad m\omega_0^2 r = k\cdot r \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m}$

$B\neq 0 \quad F_{cf} = F_e \pm F_L$

$m_0\omega^2 r = m_0\omega_0^2 r \pm e\omega r B$

$\omega^2 \pm \frac{e\omega B}{m_0} - \omega_0^2 = 0$ ..... (0,5p)

$\omega_{12} = \pm\frac{eB}{2m_0} + \sqrt{\frac{e^2B^2}{4m_0^2} + \omega_0^2}$ ... (0,5p)

$\frac{e^2B^2}{4m_0^2\omega_0^2} << 1$ sau $\frac{e^2B^2}{4m_0^2} << \omega_0^2$ ... (0,5p)

$\omega_{12} = \omega_0 \pm \frac{eB}{2m_0} \Rightarrow \nu_{12} = \nu_0 \pm \frac{eB}{4\pi m_0}$ ... (0,5p)

b)2. $\mu_B = I_1 S_1 = \frac{e}{T_1}S_1 = \frac{e\pi r_1^2 v_1}{2\pi r_1} = \frac{e r_1 v_1}{2} = \frac{e m_0 v_1 r_1}{2m_0} \Rightarrow$

$\mu_B = \frac{e}{2m_0}L_1$; $L_1 = \frac{h}{2\pi} \Rightarrow \mu_B = \frac{eh}{4\pi m_0}$

$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m_0}\vec{L}$; $\vec{\mu}_z = \frac{-e}{2m_0}\vec{L}_z$

$L = L_\varphi = \ell\frac{h}{2\pi}$; $L_\varphi = \ell L_1$

$L_z = L\cos\theta \Rightarrow L\cos\theta = m\frac{h}{2\pi} \Rightarrow \ell\frac{h}{2\pi} = \cos\theta = m\frac{h}{2\pi}$

$\cos\theta = \frac{m}{\ell}$; $-1 \le \cos\theta \le 1 \Rightarrow -1 \le \frac{m}{\ell} \le 1 \Rightarrow -\ell \le m \le \ell$

$$\left.\begin{array}{l} E_{mag} = -\vec{\mu}\cdot\vec{B} = -\mu B\cos\theta = -\mu_z B. \\ \mu_z = -\frac{e}{2m_0}\, m\, \frac{h}{2\pi} = -m\mu_B. \end{array}\right\} E_{mag} = m\mu_B B \text{ ... (1p)}$$

$E = E_n + E_{mag}$

$$\left.\begin{array}{l} E_1 = E_{01} + m_1\mu_B B \\ E_2 = E_{02} + m_2\mu_B B \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta E = \Delta E_0 + \Delta m\,\mu_B B \text{ --- (0,5p)}$$

$h\nu = h\nu_0 + \Delta m\,\mu_B\cdot B$ -- (0,5p)

$\Delta\nu = \Delta m\frac{eB}{4\pi m_0}$ $\quad \Delta m = \pm 1 \Rightarrow \Delta\nu = \pm\frac{eB}{4\pi m_0}$ ... (1p)

II) a) $N_f = N_1 + N_2$ - - - - (1p)

$\mathcal{E} = \frac{\Delta\phi}{\Delta S} = \frac{Nh\nu}{tS} \Rightarrow \frac{N}{t} = \frac{\mathcal{E}S}{h\nu}$ - - (1p)

$N_f = \frac{S}{h}\left(\frac{\mathcal{E}_1}{\nu_1}+\frac{\mathcal{E}_2}{\nu_2}\right)$ (1p) $N_f = 26\cdot10^{15}\ \frac{\text{fotoni}}{s}$ – TOTAL: (3p)

b) $\eta = \frac{N_e}{N_f}$, dar $h\nu_1 = 6,6\cdot10^{-34}\cdot6\cdot10^{16}\cdot\frac{1}{1,6\cdot10^{-19}} = \frac{66\cdot6}{1,6} \simeq 247,5\,eV$ ... (0,5p)

Deci $h\nu_1 < L_{ex}$ – fluxul de radiații cu ν_1 nu produce efect fotoelectric. . . . . (0,5p)

$h\nu_2 > L_{ex}$ deci:

$\eta = \frac{N_e}{N_{f2}}$; dar $I = \frac{N_e\cdot e}{t} \Rightarrow \frac{N_e}{t} = \frac{I}{e}$ (1p)

$\frac{N_2}{t} = \frac{\mathcal{E}_2 S}{h\nu_2} \Rightarrow \eta = \frac{I}{e}\cdot\frac{h\nu_2}{\mathcal{E}_2 S} \Rightarrow \eta = 0,51\% \Rightarrow$ (1p) $\Rightarrow$ TOTAL (3p)

c) $E_{c\max} = h\nu_2 - L + eV$

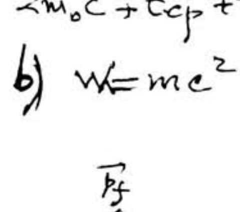
$E_{c\max} \cong 755\,eV$ (3p)

III) a) $W_p = E_{cp} + m_0c^2$; $W_e = m_0c^2 + E_i$ - - - - - - - - - (1p)

Legea conservării energiei: $m_0c^2 + E_{cp} + m_0c^2 + E_i = 2h\nu \Rightarrow$ (1p)

$2m_0c^2 + E_{cp} + E_i = 2h\nu \Rightarrow W_f = h\nu = m_0c^2 + \frac{E_p+E_i}{2}$ (1p) $\Rightarrow W_f = 1551,8\,keV \cong 1,55\,MeV$ (0,5p)

b) $W = mc^2$ unde $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ – energia totală și masa de mișcare a pozitronului - - - - - - (0,5p)



$\begin{cases} W^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4 \Rightarrow p = \frac{1}{c}\sqrt{W^2 - m_0^2c^4} \Rightarrow \text{(2p)} \\ W = E_{cp} + m_0c^2 \Rightarrow \end{cases}$

$p = \frac{1}{c}\sqrt{E_{cp}^2 + \cancel{m_0^2c^4} + 2E_{cp}m_0c^2 - \cancel{m_0^2c^4}} \Rightarrow p = \frac{1}{c}\sqrt{E_{cp}(E_{cp}+2m_0c^2)}$ (2p)

Din figură: $p = 2p_f\cos\theta$ $\quad p_f = \frac{W_f}{c} \Rightarrow p = \frac{2W_f}{c}\cos\theta$

$\cos\theta = \frac{\sqrt{E_{cp}(E_{cp}+2m_0c^2)}}{2W_f} \Rightarrow \cos\alpha \simeq 0,8$. (1p)