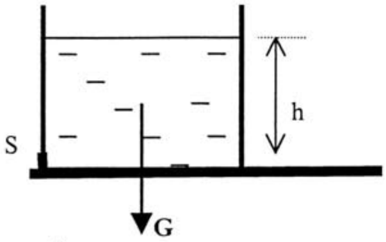
MINISTERUL EDUCATIEI SI CERCETARII

Olimpiada de fizică
Faza judeteană – clasa a XI-a
9-02-2002

SUBIECTUL I: **(10 puncte)**

a) Un vas în care se află apă până la nivelul *h*, cu greutatea totală *G*, este aşezat la marginea unei mese, ca în figura alăturată. La baza vasului este practicat un orificiu foarte mic cu aria secțiunii transversale *S* (neglijabilă în raport cu suprafața liberă a lichidului din vas), inițial astupat cu un dop. Se mai cunosc accelerația gravitațională, *g* şi presiunea atmosferică p_0.



Să se determine expresia coeficientului de frecare la alunecare μ dintre vas şi suprafața mesei astfel încât, *imediat* după scoaterea dopului, vasul să alunece pe masă. (4 p)

b) Într-un tub subțire vertical cu lungimea L = 152 cm, deschis la capătul superior, se află în echilibru o coloană de aer cu temperatura t_i = 7°C separată de exterior printr-o coloană de mercur a cărei înălțime este L / 2. Se încălzeşte coloana de aer, presiunea atmosferei în care se desfaşoară experimentul rămânând constantă şi egală cu 760 torr. Neglijând efectele datorate încălzirii tubului şi mercurului precum şi fenomenele superficiale, calculați cât la sută din masa inițială de mercur s-a scurs din tub până în momentul în care temperatura coloanei de aer a atins T_{max} precum şi valoarea lui T_{max}. (5 p)

SUBIECTUL II: **(10 puncte)**

Pentru realizarea unui experiment se toarnă mercur într-o eprubetă, înălțimea coloanei de mercur măsurându-se cu o riglă de aluminiu care a fost etalonată la t_0 = 0°C. Deoarece temperatura în laborator este t = 23°C rezultatul determinării, L = 20 cm, se obține cu o eroare relativă aparentă $\varepsilon = 5{,}3\cdot10^{-2}\%$ ($\varepsilon = \dfrac{\text{valoare exacta} - \text{valoare masurata}}{\text{valoare masurata}}$). Experimentatorul constată că, în timpul manevrării mercurului au curs câteva picături pe geamul orizontal din sticlă care acoperă masa de laborator. Pentru mercur se cunosc densitatea ρ, coeficientul de tensiune superficială σ, unghiul de racordaj θ = 180° şi coeficientul de dilatare $\gamma = 18{,}2\cdot10^{-5}\ K^{-1}$. Dilatarea eprubetei se neglijează iar accelerația gravitațională este *g*.

a) Demonstrați că grosimea picăturilor de mercur de pe geamul de sticlă este independentă de masa lor. (4 p)
b) Calculați coeficientul de dilatare liniară al riglei şi estimați înălțimea coloanei de mercur la temperatura de etalonare a riglei. (5 p)

SUBIECTUL III: **(10 puncte)**

Într-unul din romanele sale, Jules Verne descrie aventurile submarinului Nautilus condus de căpitanul Nemo. Submarinul are forma unui cilindru omogen cu lungimea l = 60 m, raza secțiunii transversale R_2 = 7m si densitatea medie ρ egala cu 7/9 ρ_0, unde ρ_0 este densitatea medie a apei de mare. Accelerația gravitațională este $g = 10\ ms^{-2}$.

a) Submarinul care la momentul inițial era in repaus, se angajează în lungul unei galerii cilindrice de rază R_1 = 10 m, prin care urcă cu motoarele oprite ca în figură. Neglijând efectele de la capete şi frecările găsiți dependența vitezei submarinului, *v*, de distanța *h* parcursă. Reprezentati grafic v^2 *(h)* şi caracterizați mişcarea submarinului. (5 p)

b) Pentru a studia creşterea salinității cu adâncimea, căpitanul Nemo face următorul experiment: *într-un rezervor cilindric cu aria bazei S şi în care a turnat masa M de apă de mare introduce un cub de masă m care pluteşte în echilibru în interiorul lichidului. Ca urmare, nivelul lichidului în rezervor creşte cu* Δh. *Căpitanul presupune că densitatea apei de mare din vas creşte liniar cu adâncimea h.* Cum calculează el rata creşterii relative $\alpha = \dfrac{\Delta\rho}{\rho_0 \cdot \Delta h}$ a densității cu adâncimea? (4 p)

Indicație: În dezvoltarea binomului $(1+\varepsilon)^n$ unde $\varepsilon \ll 1$ si $n \in N$, vă veți limita la primii trei termeni: $1 + n\varepsilon + n(n-1)\varepsilon^2/2$

Notă: Timp de lucru 3 ore. Toate subiectele sunt obligatorii. Pentru fiecare subiect se acordă un punct din oficiu.

BAREM DE CORECTARE ȘI DE NOTARE

◈ pentru orice altă cale corectă de rezolvare se construiește un barem echivalent ca punctaj cu cel de mai jos și se acordă, pe baza acestuia punctajul corespunzător

SUBIECTUL I : (10 puncte)

a) $\mu \leq \frac{2\rho S g h}{G}$ - - - - - - - - - - - - - - - - 4p

mai pentru :

- obținerea expresiei $v = \sqrt{2gh}$: 1p
- obținerea expresiei $F = 2\rho S g h$: 1p
- scrierea condiției $F \geq G\mu$: 1p

b) $\frac{\Delta m}{m} = 50\%$ - - - - - - - - - - - - - - 3p

$T_{max} = 315K$ - - - - - - - - - - - - - 2p

mai pentru :

obținerea dependenței $T = \frac{p_0 S}{\nu R}\left(-\frac{2x^2}{L} + x + L\right)$, sau orice formă echivalentă : 2p

obținerea expresiei $\Delta m = \rho S \frac{L}{4}$: 1p

, obținerea expresiei $T_{max} = \frac{9}{8} T_i$: 1,50p

OFICIU - - - - - - - - - - - - - - 1p

TOTAL - - - - - - - - - - 10p

BAREM DE CORECTARE și DE NOTARE

• pentru orice altă cale corectă de rezolvare se construiește un barem echivalent ca punctaj cu cel de mai jos și se acordă, pe baza acestuia, punctajul corespunzător

SUBIECTUL II : (10 puncte)

a) • pentru aplicarea principiului fundamental al hidrostaticii în punctele A și B situate în planul median al picăturii - - - - - - 1p

• pentru $p_L = \frac{2\sigma}{H}$ - - - - - - - 1p

• pentru $p_h = \rho g \frac{H}{2}$ - - - - - 1p

• $H = 2\sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}$ - - - - 1p

b) $\alpha_r = 0{,}23 \cdot 10^{-4}\,K^{-1}$ - - - 3p

$H_0 = 19{,}92\,cm$ - - - - - - - - - 2p

dintre care pentru:

• obținerea relației dintre valoarea exactă și valoarea măsurată $\left[L_{adev} = L(1+\alpha_r t)\right]$: 1p

• obținerea expresiei $\alpha_r = \frac{\varepsilon}{t}$: 1,50 p

• scrierea relației $H = H_0(1+\gamma_{Hg} t)$: 0,50 p

• obținerea expresiei $H_0 = \frac{L(1+\varepsilon)}{1+\gamma_{Hg} t}$ sau orice formă echivalentă: 1p

OFICIU - - - 1p

TOTAL - - 10p

BAREM DE CORECTARE ŞI DE NOTARE

Pentru orice altă cale corectă de rezolvare se construieşte un barem echivalent ca punctaj cu cel de mai jos şi se acordă, pe baza acestuia punctajul corespunzător

SUBIECTUL III : (10 puncte)

a) $v(h) = 1{,}6\sqrt{h}$ — — — — — — — — — — 3p

reprezentare grafică $v^2 = v^2(h)$ corectă (segment de dreaptă care porneşte din originea sistemului de axe) — — — — — 1p

caracterizarea mişcării — — — — — — — — 1p

adică pentru:

expresia vitezei fluidului $u = \frac{R_2^2 v}{R_1^2 - R_2^2}$: 1p

aplicarea teoremei de variaţie a energiei cinetice

$$\left[\rho\pi R_2^2 l\frac{v^2}{2} + \rho_0\pi(R_1^2 - R_2^2)l\frac{u^2}{2} = (\rho_0 - \rho)\pi R_2^2 l g h\right] : 1p$$

obţinerea expresiei $v = \sqrt{\dfrac{2gh\left(1 - \frac{\rho}{\rho_0}\right)}{\frac{\rho}{\rho_0} + \frac{R_2^2}{R_1^2 - R_2^2}}}$: 2,50 p

precizarea caracterului uniform accelerat al mişcării : 0,50p

precizarea valorii acceleraţiei $a = 1{,}28\,m/s^2$: 0,50p

b) $\alpha = \dfrac{2S\rho_0}{2M + m}\left(1 - \dfrac{S\rho_0\Delta h}{m}\right)$ — — — — — — — 4p

adică pentru:

expresia masei lichidului $M = \rho_0 h_0 S\left(1 + \frac{\alpha h_0}{2}\right)$: 0,50p

obţinerea ecuaţiei $\alpha h_0^2 + 2h_0 - \frac{2M}{S\rho_0} = 0$: 0,50p

expresia $h_0 = \dfrac{M}{S\rho_0}\left(1 - \dfrac{\alpha M}{2S\rho_0}\right)$: 1p

obţinerea expresiei înălţimii lichidului după introducerea cubului $h = \dfrac{M+m}{\rho_0 S}\left(1 - \dfrac{\alpha(M+m)}{2S\rho_0}\right)$: 1p

OFICIU — — — — — — — — 1p

TOTAL 10p

SOLUȚII

SUBIECTUL I

a) Datorită diferenței mari între valorile ariilor suprafeței libere a lichidului din vas și cea a orificiului se neglijează viteza cu care scade nivelul lichidului din vas față de viteza cu care curge lichidul prin orificiu.

Ec. Bernoulli: $p_0 + \rho g h \simeq p_0 + \rho \frac{v^2}{2}$

$$v = \sqrt{2gh}$$

Prin orificiu iese în Δt masa Δm de lichid: $\Delta m = \rho S v \Delta t$

Scriem teorema de variație a impulsului pentru masa Δm în Δt:

$$F \cdot \Delta t = \Delta m \cdot v \Rightarrow F = \frac{\Delta m \cdot v}{\Delta t} = \frac{\rho S v^2 \Delta t}{\Delta t} = 2\rho S g h$$

Condiția ca vasul să alunece $F \geq F_f = \mu G \Rightarrow \mu \leq \frac{2\rho S g h}{G}$

b)

Presupunem că lungimea coloanei de mercur este la un moment dat $\frac{L}{2} - x$.

Parametrii de stare ai gazului la acest moment $\begin{cases} p = p_0 + \rho g\left(\frac{L}{2} - x\right) \\ V = S\left(\frac{L}{2} + x\right) \\ T \end{cases}$

Ecuația de stare $pV = \nu R T \Rightarrow T = \frac{1}{\nu R}\left(-\rho g x^2 + p_0 S x + p_0 \frac{SL}{2} + \rho g S \frac{L^2}{4}\right)$

Observăm că, folosind valorile din ipoteza problemei: $\rho g \frac{L}{2} = p_0$

$$\Rightarrow T = \frac{p_0 S}{\nu R}\left(-\frac{2x^2}{L} + x + L\right)$$

Funcția $T(x)$ admite un maxim pentru $x_0 = \frac{L}{4}$, deci masa de mercur care s-a scurs până în acest moment când temperatura devine maximă este $\Delta m = \rho S \frac{L}{4}$.

Masa inițială a coloanei de mercur $m = \rho S \frac{L}{2}$

$\Rightarrow \Delta m = \frac{m}{2} \Rightarrow \frac{\Delta m}{m} = 50\%$

axiumul funcției $_{max} = \frac{}{8\nu R}$

Dar, parametrii coloanei de aer în starea inițială sunt $\begin{cases} p_i = p_0 + \rho g \frac{L}{2} = 2p \\ V_i = S\frac{L}{2} \\ T_i = t_i + T_0 \end{cases}$

Ecuația de stare $p_i V_i = \nu R T_i \Rightarrow T_i = \frac{p_0 S L}{\nu R}$

$\Rightarrow T_{max} = \frac{9}{8} T_i$

SUBIECTUL II

a) 

Aplicăm principiul fundamental al hidrostaticii pentru punctele A și B, situate în planul median al picăturii de mercur, ca în figură.

$$P_A = P_B \iff \cancel{p_0} + p_{Laplace} = \cancel{p_0} + p_{hidrostatico} \Rightarrow \frac{2\sigma}{H} = \rho g \frac{H}{2}$$

$$\Rightarrow H = 2\sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}$$

Deoarece σ și ρ sunt constante de material, rezultă că și grosimea picăturii este constantă de material fiind independentă de celelalte caracteristici.

b) Eroarea relativă aparentă $\varepsilon = \frac{L_{adev} - L}{L}$ unde L_{adev} reprezintă valoarea exactă a înălțimii coloanei de mercur și L este valoarea măsurată.

Datorită dilatării riglei, $L_{adev} = L(1+\alpha_r t)$

$$\Rightarrow \varepsilon = \frac{L(1+\alpha_r t) - L}{L} = \alpha_r t \quad \Rightarrow \alpha_r = 0{,}23 \cdot 10^{-4}\ K^{-1}$$

Dar putem scrie și pentru coloana de mercur $H = H_0(1+\gamma_{Hg} t)$.

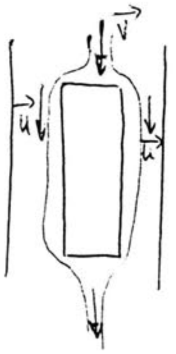
Valoarea exactă a înălțimii coloanei de mercur la temperatura laboratorului (t): $L_{adev} = H$

$$L_{adev} = L(1+\varepsilon)$$

$$\Rightarrow H_0 = \frac{H}{1+\gamma_{Hg} t} = \frac{L(1+\varepsilon)}{1+\gamma_{Hg} t} \quad \Rightarrow H_0 = 19{,}92\ cm$$

SUBIECTUL III

a)



Ecuația de continuitate: $\pi R_2^2 v = \pi (R_2^2 - R_1^2) u \Rightarrow u = \frac{R_2^2 v}{R_1^2 - R_2^2}$

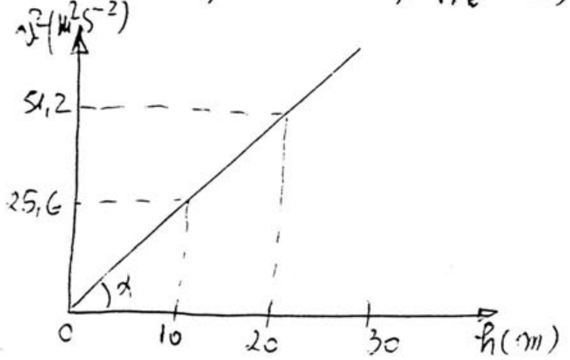
Teorema de variație a energiei cinetice $\Delta E_c = L_{Fasceunională}$

$$\rho \pi R_2^2 \ell \cdot \frac{v^2}{2} + \rho_0 \pi (R_1^2 - R_2^2) \ell \cdot \frac{u^2}{2} = (\rho_0 - \rho) \pi R_2^2 \ell g h$$

Înlocuind u și efectuând calculele, rezultă

$$v = \sqrt{\frac{2gh\left(1 - \frac{\rho}{\rho_0}\right)}{\frac{\rho}{\rho_0} + \frac{R_2^2}{R_1^2 - R_2^2}}}$$

Numeric, $v(h) = 1{,}6\sqrt{h} \Rightarrow v^2(h) = 2{,}56\, h$



Mișcarea este uniform accelerată cu accelerația $1{,}28\, m/s^2$.

b) Presupunând $\rho(h) = \rho_0 (1 + \alpha h)$, exprimăm masa lichidului $M = \rho_{mediu} \cdot h_0 S = \rho_0 h_0 S \left(1 + \frac{\alpha h_0}{2}\right)$ unde h_0 este înălțimea inițială a fluidului în rezervor și $\rho_{mediu} = \frac{\rho_0 + \rho(h_0)}{2} = \rho_0 \left(1 + \alpha \frac{h_0}{2}\right)$.

Rezultă ecuația $\alpha h_0^2 + 2 h_0 - \frac{2M}{S\rho_0} = 0$ cu soluția pozitivă:

$$h_0 = \frac{1}{\alpha}\left[\sqrt{1 + \frac{2M\alpha}{S\rho_0}} - 1\right] \approx \frac{1}{\alpha}\left[1 + \frac{M\alpha}{S\rho_0} + \frac{\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)}{2} \cdot \frac{4M^2\alpha^2}{S^2\rho_0^2} - 1\right] = \frac{M}{S\rho_0}\left(1 - \frac{\alpha M}{2S\rho_0}\right)$$

unde $\frac{M\alpha}{S\rho_0} \ll 1$.

Din condiția de echilibru a cubului ($mg = m_\ell g$) rezultă [illegible] duce la noua valoare a înălțimii $h = \frac{M+m}{S\rho_0}\left(1 - \frac{\alpha(M+m)}{2S\rho_0}\right)$

$$\Delta h = h - h_0 = \frac{m}{S\rho_0} - \frac{\alpha(M+m)^2}{2S^2\rho_0^2} + \frac{\alpha M^2}{2S^2\rho_0^2} = \frac{m}{S\rho_0}\left[1 - \frac{\alpha\left(M+\frac{m}{2}\right)}{S\rho_0}\right]$$

Rezultă: $\alpha = \frac{2S\rho_0}{2M+m}\left(1 - \frac{S\rho_0 \Delta h}{m}\right)$ unde $\alpha = \frac{\Delta \rho}{\rho_0 \Delta h}$.