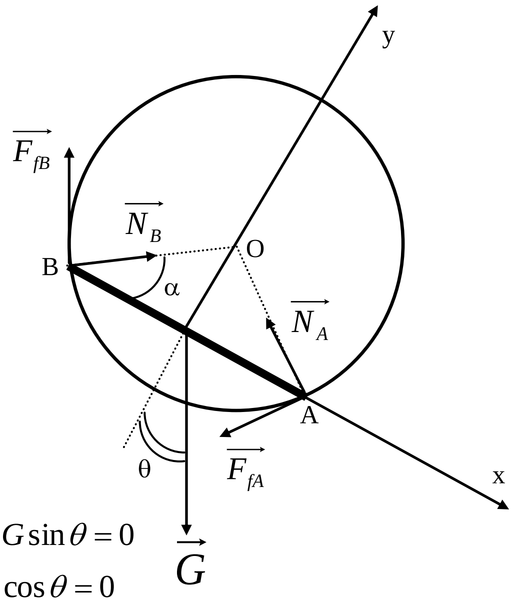
MINISTERUL EDUCATIEI NATIONALE
INSPECTORATUL SCOLAR JUDETEAN GALATI
CONCURSUL NATIONAL EVRIKA 2000

SOLUTII CLASA A X-A - EVRIKA

1. Se constata ca din punct de vedere geometric bara AB reprezinta o coarda in cercul cu centrul in O, iar triunghiul OAB fiind isoscel, perpendiculara din O pe AB o imparte, pe aceasta din urma in parti egale. La echilibru :



$$\vec{G}+\vec{N}_A+\vec{N}_B+\vec{F}_{fA}+\vec{F}_{fB}=0 \quad \Rightarrow$$

$$\begin{cases} -N_A\cos\alpha - F_{fA}\sin\alpha + N_B\cos\alpha - F_{fB}\sin\alpha + G\sin\theta = 0 \\ N_A\sin\alpha - F_{fA}\cos\alpha + N_B\sin\alpha + F_{fB}\cos\alpha - G\cos\theta = 0 \end{cases}$$

Tinand seama ca pentru echilibrul la limita al barei :

$F_{fA}=\mu N_A$; $F_{fB}=\mu N_B$ ecuatiile devin :

$$(N_B-N_A)\cos\alpha-\mu\sin\alpha(N_A+N_B)=-G\sin\theta$$

$$\mu\cos\alpha(N_B-N_A)+\sin\alpha(N_A+N_B)=G\cos\theta$$

$$(N_B-N_A)\cos\alpha-\mu\sin\alpha(N_A+N_B)=-G\sin\theta$$

Ecuatia de momente ale fortelor care actioneaza asupra sistemului in raport cu punctul O este:

$$\mu\cos\alpha(N_B-N_A)+\sin\alpha(N_A+N_B)=G\cos\theta \qquad (2p)$$

$$rF_{fA}+rF_{fB}-Gb\sin\theta=0$$

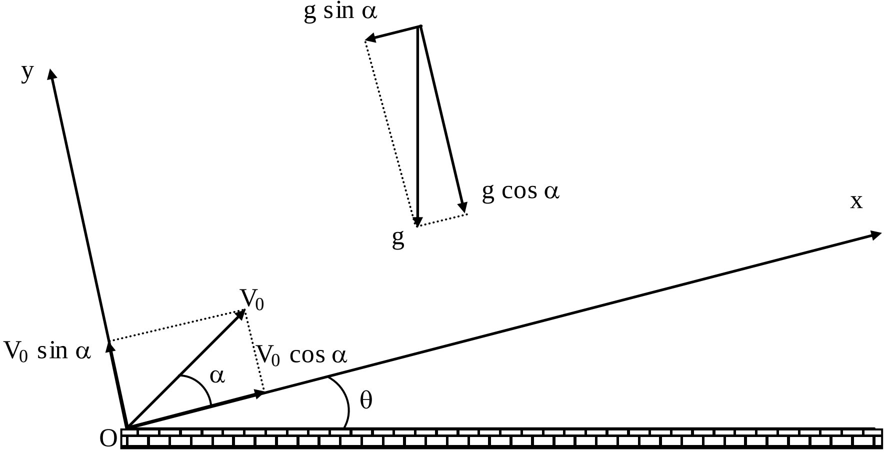
in care prin r s - a notat raza ghidajului circular iar prin b distanta de la centrul ghidajului la bara $\Rightarrow$

$$\mu\cdot(N_A+N_B)=G\sin\alpha\sin\beta \quad \Rightarrow$$

$$\mu^2\cos^2\alpha+\mu\cdot ctg-\sin^2\alpha=0 \quad \Rightarrow \quad \mu=\sqrt{\frac{1}{4\cos^4\alpha\cdot tg^2\theta}+tg^2\alpha}-\frac{1}{2\cos^2\alpha\cdot tg\theta}\cong 0{,}13$$

b). daca $\theta=0 \quad \Rightarrow \quad \mu=tg\alpha \quad \Rightarrow \quad tg\alpha=tg\beta \quad \Rightarrow \quad \varphi=\alpha$

2.



Studiem miscarea pe doua axe de coordonate ca in figura de mai sus.

$$Ox\begin{cases} v_x = v_0\cos\alpha - gt\sin\theta \\ x = v_0 t\cos\alpha - \frac{1}{2}gt^2\sin\theta \end{cases} \quad ; \quad Oy\begin{cases} v_y = v_0\sin\alpha - gt\cos\theta \\ y = v_0 t\sin\alpha - \frac{1}{2}gt^2\cos\theta \end{cases}$$

Pentru ca mingea sa revina in punctul de lansare pe acelasi drum, trebuie ca in momentul in care atinge planul componenta vitezei de-a lungul planului sa fie nula.

$$y = 0 \quad\Rightarrow\quad t = \frac{2v_0\sin\alpha}{g\cos\theta} \quad\Rightarrow\quad v_x = v_0\left(\cos\alpha - \frac{2\sin\alpha\sin\theta}{\cos\theta}\right) = 0 \quad\Rightarrow\quad \alpha = arctg\,\frac{1}{2tg\theta}$$

Distanta dintre punctul de lansare si punctul in care mingea ciocneste planul inclinat se determina inlocuind timpul in expresia coordonatei x:

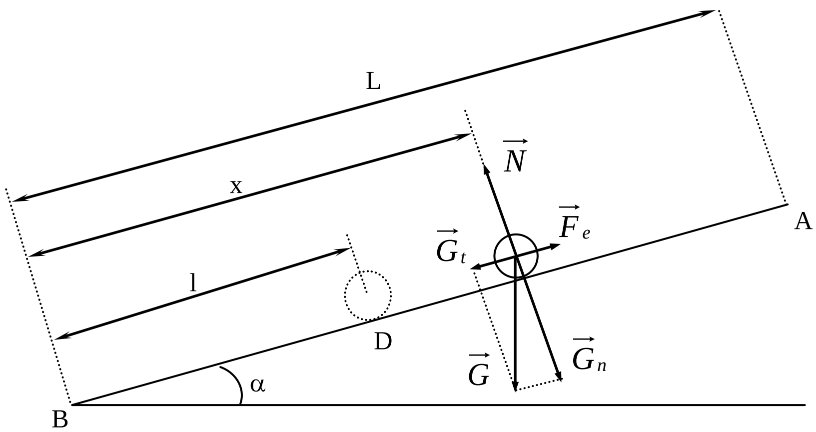
$$x = \frac{2v_0\sin\alpha}{g\cos\theta}\left(\cos\alpha - \frac{\sin\alpha\sin\theta}{\cos\theta}\right) = 5{,}6m$$

$$x = \frac{2v_0^2}{g}\frac{\sin\theta}{1+3\sin^2\theta} \quad\Rightarrow\quad 3x\sin^2\alpha - \frac{2v_0^2}{g}\sin\theta + x = 0$$

Pentru ca ecuatia sa aiba radacini reale trebuie ca $\Delta \geq 0 \Rightarrow$

$x_{\max} = \frac{v_0^2}{2g} = 5{,}66m$ si unghiul pentru care x este maxim va fi dat de: $\sin\theta = \frac{v_0^2}{3gx_{\max}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

3.



Pe portiunea AB miscarea este accelerata, iar pe portiunea BC miscarea este incetinita.
In punctul B $a = 0$ si $v = v_{max}$

$$R = 0 \quad\Rightarrow\quad G = F_e \quad\Rightarrow\quad x = \sqrt{\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon\cdot mg\sin\alpha}}$$

Fortele care actioneaza fiind conservative: $\begin{cases} E_A = E_D \\ E_A = mgL\cdot\sin\alpha + \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon L} \\ E_D = mgl\cdot\sin\alpha + \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon l} \end{cases} \quad\Rightarrow\quad x = \sqrt{L\cdot l}$